

hen, daß der verschiedene Abschluß an den Stirnflächen der verwendeten Zylinderkondensatoren (vgl. Abb. 2, 5, 6) zu so stark verschiedenen Grenzfrequenzen führt. Eine Druckänderung, die in der Glimmentladung zu einer starken Änderung der Entladung führt, ändert daher natürlich auch das Dichteprofil und die Grenzfrequenz und Neigung des Leitwertanstiegs (vgl. Abb. 3). Die skizzierte Erklärung stellt nur einen Versuch dar, in stark schematisierter Weise zu einem Verständnis der Beobachtungen zu gelangen. Es ist natürlich nötig, eine mathematische Analyse der Schwingungen in den Resonanzröhren vorzunehmen, deren größte Schwierigkeit wohl darin besteht, daß man nicht ohne weiteres etwas über die Dämpfung dieser Schwingungen aussagen kann. Doch wird erst eine quantitative

Behandlung zeigen, ob die vorgebrachten Vorstellungen richtig sind. Jedenfalls können diese aber in ihrer jetzigen einfachen Form als eine wertvolle Arbeitshypothese betrachtet werden.

### Schlußbemerkung

Da in der Laboratoriumspraxis Kondensatoren mit inhomogenem Plasma häufig verwendet werden, scheint die Erkenntnis, daß der Wechselstromleitwert eines solchen Kondensators von einer gewissen Frequenz angefangen mit wachsender Frequenz stetig zunimmt, sehr wertvoll zu sein.

Herrn Professor Dr. JULIUS WAGNER danken wir sehr für die Unterstützung der Arbeit durch Bereitstellung von Institutshilfsmitteln.

## Richtstrahlwertmessungen mit dem Zwei-Blendenverfahren an Elektronenstrahlern mit Kugelkathoden von 250 bis 1,5 $\mu\text{m}$ Durchmesser \*

KARL-JOSEPH HANSZEN und ROLF LAUER, Braunschweig

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt

(Z. Naturforschg. **22 a**, 238—254 [1967]; eingegangen am 29. Juli 1966)

Zum besseren Verständnis der Eigenschaften von Spitzenkathoden wurden Kugelkathoden mit Krümmungsradien, wie sie am Knick von Haarnadelkathoden auftreten, bis hinab zu den Krümmungsradien von Spitzenkathoden systematisch untersucht. Erniedrigt man vom Sperrpotential ausgehend den Betrag der (negativen) WEHNELT-Spannung, so steigt bei den gebräuchlichen Kathodentemperaturen der Richtstrahlwert nur langsam an und erreicht erst bei sehr kleiner WEHNELT-Spannung, d. h. erst bei sehr großem Gesamtstrom seinen Endwert. Dieser stellt sich mit abnehmendem Kugelradius bei WEHNELT-Spannungen ein, die immer näher am Sperrpunkt liegen, d. h. bei immer niedrigeren Gesamtströmen. Diese Abhängigkeit ist durch unterschiedliche Raumladungseinflüsse vor Kugeln und Spitzen zu erklären. — Bei sehr kleinen Kugeln durchläuft der mit der Zwei-Blendenmethode gemessene Richtstrahlwert in Abhängigkeit von der WEHNELT-Spannung scheinbar mehrere Maxima. Diese Unstimmigkeiten erklären sich durch ein Versagen der Meßmethode: Die Strahlenbündel werden so schlank, daß die Blendenlöcher nicht mehr der Theorie entsprechend ausgeleuchtet werden. Außer diesen „unechten“ Maxima gibt es auch echte Maxima in den Richtstrahlwertcharakteristiken. Sie sind darauf zurückzuführen, daß durch Raumladungseinflüsse auch die Emission außeralaxialer Kathodenbereiche zum Richtstrahlwert beiträgt.

Seit vielen Jahren weiß man, daß die Strahlenbündel aus Elektronenkanonen mit Spitzenkathoden (Herstellung nach SAKAKI und MÖLLENSTEDT sowie MARUSE und SAKAKI<sup>1</sup>) von einem sehr kleinen Brennfleck herzukommen scheinen. Verwendet man z. B. im Elektronenmikroskop als Strahlquelle eine Spitzenkathode, so können unter sonst gleichen Bedingungen bei defokussierter Abbildung einer undurchläss-

sigen Kante sehr viel mehr FRESNELSche Beugungssäume als bei der Verwendung von Haarnadelkathoden beobachtet werden<sup>2</sup>.

Zunächst schienen die Spitzenkathoden auch bedeutend höhere Richtstrahlwerte als Haarnadelkathoden zu liefern. Von MARUSE und SAKAKI<sup>1</sup> wurden in einer ersten Arbeit Richtstrahlwerte angegeben, die bis 1500-mal die *theoretischen Werte für Glühemis-*

\* Auszugsweise vorgetragen am 30. 9. 1965 auf der Tagung für Elektronenmikroskopie der Nederlandse Vereniging voor Electronenmicroscopie und der Deutschen Gesellschaft für Elektronenmikroskopie in Aachen.

<sup>1</sup> Y. SAKAKI u. G. MÖLLENSTEDT, *Optik* **13**, 193 [1956]. — S. MARUSE u. Y. SAKAKI, *Optik* **15**, 485 [1958].

<sup>2</sup> T. HIBI, *J. Electronmicroscopy* **4**, 10 [1956]. — R. SPEIDEL, *Optik* **23**, 125 [1965].



sion überstiegen. In einer späteren Arbeit<sup>3</sup> wurden die *experimentell* an Haarnadel- und Spitzenkathoden bei der gleichen Temperatur gemessenen Richtstrahlwerte miteinander verglichen. Hierbei übertrafen die Richtstrahlwerte der Spitzenkathoden jene der Haarnadelkathoden jedoch nur etwa um den Faktor 3. Auch die in neuerer Zeit von THON<sup>4</sup> experimentell an Spitzenkathoden ermittelten Richtstrahlwerte überstiegen die mit Haarnadelkathoden gemessenen Werte nur um das Doppelte; sie lagen aber stets unter dem theoretischen Wert für Glühemission.

MARUSE und SAKAKI<sup>1</sup> führten die höheren Richtstrahlwerte von Spitzenkathoden auf Temperaturfeldemission (SCHOTTKY-Effekt)<sup>5</sup> zurück. Wir halten jedoch diesen Effekt nicht für ausschlaggebend. Wir sind vielmehr der Ansicht, daß bei den üblichen Betriebsbedingungen der Richtstrahlwert von Spitzenkathoden *noch nicht raumladungsbegrenzt* ist und damit im wesentlichen durch die Emissionsdaten und die Beschleunigungsspannung festgelegt ist, während der Richtstrahlwert von Haarnadelkathoden unter den gleichen Bedingungen meist durch die *Raumladung* vor der Kathode begrenzt ist<sup>6</sup>. Das Ziel dieser Arbeit ist es deshalb, den Richtstrahlwert und seine Abhängigkeit von der Raumladung, die selbst wiederum von der Kathodengeometrie abhängt, so genau wie möglich zu messen. Zu diesem Zweck wollen wir im Experiment von der Geometrie der Haarnadelkathode sukzessive zur Geometrie der Spitzenkathode übergehen, indem wir in den gleichen Elektronenstrahler nacheinander Kugelkathoden mit Radien von 0,125 mm (das ist etwa der Krümmungsradius am Knick von Haarnadelkathoden) schrittweise bis 0,5  $\mu$ m (dem Krümmungsradius von Spitzenkathoden) einsetzen. Der Vergleich der an diesen Strahlern vorgenommenen Richtstrahlwertmessungen wird lehren, ob der unterschiedliche Raumladungseinfluß oder eine mögliche Abweichung der Elektronenemission von der Glühemission für den Richtstrahlwert der Spitzenkathode entscheidend ist.

## 1. Der Richtstrahlwert

*Definition:* Als Richtstrahlwert  $i_{A0}$  eines Elektronenstrahlers bezeichnen wir den Strom  $\partial^2 I$ , der im Anodenraum durch ein senkrecht auf der Strahlachse stehendes *infinitesimales* Flächenelement  $\partial A$  in ein die Strahlachse einschließendes *infinitesimales* Raumwinkelement  $\partial \Omega$  fließt, dividiert durch dieses Flächen- und Raumwinkelement, also den Bruch

$$i_{A0} = \frac{\partial^2 I}{\partial A \partial \Omega} . \quad (1)$$

Gemäß seiner Definition ist er identisch mit der Strahlungsdichte auf der optischen Achse im Anodenraum. Gl. (1) ist Ausgangspunkt für alle experimentellen Messungen.

Es bleibt zu zeigen, wie der Richtstrahlwert von den elektrischen Daten des Elektronenstrahlers abhängt, und nachzuweisen, daß er überall auf der optischen Achse im Anodenraum denselben Wert hat. Entscheidend (und für die praktischen Meßverfahren erschwerend) ist die Beschränkung auf *infinitesimale* Flächen- und Raumwinkelbereiche.

*Die Strahlungsdichte in der Kathodenfläche und im Anodenraum unter idealisierten Verhältnissen*<sup>7</sup>: Die Strahlungsdichte  $i_K$  der Kathodenfläche beträgt

$$i_K(\vartheta_K) = \frac{\partial^2 I_K(\vartheta_K)}{\partial A_K \partial \Omega_K} . \quad (2)$$

Sie ist im allgemeinen eine Funktion des Winkelabstands  $\vartheta_K$  zur Kathodennormalen. Wir nehmen an, die Kathode sei ein LAMBERT-Strahler:

$$i_K(\vartheta_K) = i_{K0} \cos \vartheta_K; \text{ mit } i_{K0} = i_K(\vartheta_K = 0) . \quad (3)$$

Dann beträgt der Strom, der vom betrachteten Flächenelement auf der Kathode unter dem Winkel  $\vartheta_K$  in den Winkelbereich  $\partial \vartheta_K$  in alle möglichen Azimute emittiert wird:

$$\partial^2 I_K = i_{K0} \partial A_K 2 \pi \cos \vartheta_K \sin \vartheta_K \partial \vartheta_K , \quad (4)$$

mit

$$\partial \Omega_K = 2 \pi \sin \vartheta_K \partial \vartheta_K .$$

Der in einen Kegel mit dem Öffnungswinkel  $2 \vartheta_K$  emittierte Strom beträgt dann:

$$\partial I_K(\vartheta_K) = i_{K0} \pi \sin^2 \vartheta_K \partial A_K , \quad (5)$$

das Gebiet der SCHOTTKY-Emission vorzudringen, indem er die Kathodenspitze durch eine sehr enge Bohrung der WEHNELT-Blende in das Beschleunigungsfeld hereinragen läßt.

<sup>6</sup> Bereits von THON<sup>4</sup> wurde festgestellt, daß für Raumladungsbetrieb bei Spitzenkathoden eine merklich höhere Temperatur als bei Haarnadelkathoden erforderlich ist. Zum Raumladungseinfluß auf den Richtstrahlwert vgl. auch die uns erst kürzlich bekannt gewordene Arbeit von O. KAMIGAITO, Jap. J. Appl. Phys. 4, 604 [1965].

<sup>7</sup> Vgl. D. LANGMUIR, Proc. Inst. Radio Eng. 25, 977 [1937].

<sup>3</sup> G. MARUSE, Proc. Eur. Reg. Conf. Microscopy 1960, Delft 1961, Bd. 1, S. 73.

<sup>4</sup> F. THON, Vortrag am 24. 9. 1963 auf der Tagung für Elektronenmikroskopie in Zürich.

<sup>5</sup> Vgl. z. B. M. DRECHSLER, V. E. COSSLETT u. W. C. NIXON, 4. Intern. Kongr. f. Elektronenmikroskopie 1958, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1960, Bd. 1, S. 13. A n m. b. d. K o r r.: Erst neuerdings scheint es H. FERNANDEZ-MORAN, Electron Microscopy 1966, 6th Intern. Congr. for Electron Microscopy Kyoto, Bd. 1, Tokyo 1966, S. 27, gelungen zu sein, in

und der gesamte, in den Halbraum ( $0 < \vartheta_K < \pi/2$ ) vor der Kathode emittierte Strom:

$$\partial I_K = \pi i_{K0} \partial A_K = \text{df } j_K \partial A_K, \quad (6)$$

worin  $j_K = \pi i_{K0} = n e$  die sogen. Emissionsstromdichte der Kathode,  $e$  die Elementarladung und  $n$  die Zahl der die Flächeneinheit der Kathode je Sekunde in alle Richtungen verlassenden Elektronen ist. Kathodenfläche, WEHNELT-Elektrode und -Anode bilden eine rotationssymmetrische Elektronenlinse<sup>8</sup>. Wir wollen sie „Kathodenlinse“ nennen. Sie bildet die Kathodenfläche (reell oder virtuell) in den Anodenraum ab. Wir nehmen zunächst an, diese Abbildung sei *aplanatisch*, sie gehorche also der *Sinusbedingung*

$$\partial A_K (U_K - U_0) \sin^2 \vartheta_K = \partial A_A (U_A - U_0) \sin^2 \vartheta_A. \quad (7)$$

Hierbei ist  $U_K$  das Kathodenpotential,  $U_A$  das Anodenpotential,  $U_0$  das Ruhepotential der Elektronen;  $\partial A_A$  ist das Bild des betrachteten Kathodenelementes  $dA_K$ ,  $\vartheta_K$  und  $\vartheta_A$  die Winkel, die der gleiche Strahl im Objekt- und Bildelement gegen die Achse einnimmt.

Wenn *keine streuenden Medien* im Strahl liegen, müssen die Ströme im Kathoden- und Bildelement die gleichen sein. Durch Einsetzen von (6) und (7) in (5) gewinnt man dann:

$$\partial I_K (\vartheta_K) = \partial I_A (\vartheta_A) = j_K \frac{U_A - U_0}{U_K - U_0} \sin^2 \vartheta_A dA_A. \quad (8)$$

Vergleichen wir die Gestalt der rechten Gleichung in (8) mit der Gestalt von Gl. (5), so erkennen wir, daß auch das Bild der Kathode ein LAMBERT-Strahler ist und daß seine axiale Strahlungsdichte  $i_{A0}$  durch den Ausdruck

$$i_{A0} = \frac{j_K}{\pi} \frac{U_A - U_0}{U_K - U_0} \quad (9)$$

gegeben ist. Die Strahlapertur des Flächenelementes im Bild ist allerdings klein. Wird z. B. die *gesamte* vom Kathodenelement emittierte Strahlung ( $0 < \vartheta_K < \pi/2$ ) ideal in das Bildelement fokussiert, so beträgt nach (7) die Bestrahlungsapertur  $\Theta_A$  im Bildelement

$$\sin \Theta_A = \sqrt{\frac{\partial A_K (U_K - U_0)}{\partial A_A (U_A - U_0)}} \approx \Theta_A. \quad (10)$$

Es ist bekannt, daß die Strahlungsdichte in einem senkrecht auf der Achse in beliebiger Entfernung vor einem Strahler stehenden Flächenelement gleich der axialen Strahlungsdichte im Strahler selbst ist. Aus dem Nachweis, daß das Kathodenbild ein LAMBERT-Strahler ist, folgt daher sofort, daß überall auf der optischen Achse im Anodenraum die gleiche, nämlich die unter (9) angegebene Strahlungsdichte herrscht. Wir geben ihr den Namen *Richtstrahlwert*. Es ist uns also gelungen, diesen Richtstrahlwert durch die Emissionsdaten der Kathode und die Beschleunigungsspannung auszudrücken.

Will man (10) auch auf Strahlen anwenden, die in Kathodennähe ein *streuendes Medium* (Raumladungswolke) durchdringen müssen, so kann man dieses als

zur Kathode gehörig betrachten und den Streueinfluß durch geeignete Abwandlung von  $j_K$  berücksichtigen, s. u.

*Der Richtstrahlwert realer Systeme:* Tatsächlich liefert die Kathodenlinse kein aplanatisches Bild der Kathodenfläche. Es muß deshalb nachgeprüft werden, ob die Aberrationen der Kathodenlinse einen Einfluß auf den Richtstrahlwert besitzen. Selbst korrigierte optische Linsensysteme bilden nur begrenzte Flächenelemente um die Achse mit Hilfe von weit geöffneten Lichtbündeln aplanatisch ab. Die Größe dieser Flächenelemente und die zulässigen Aperturen sind durch die Beträge der Bildfehlerkoeffizienten des Abbildungssystems im jeweils vorliegenden Strahlengang bestimmt. In rotationssymmetrischen Systemen mit beliebigen Fehlern wird aber in jedem Falle ein *infinitesimales* Objekt auf der Achse durch die von ihm in ein infinitesimales Raumwinkelement um die Achse ausgehende Strahlung in das zugehörige Bildelement „aplanatisch“ abgebildet. Die Aberrationen der Kathodenlinse haben also auf die Richtstrahlwertmessungen sicher keinen störenden Einfluß, wenn im Experiment nur solche Strahlen benutzt werden, welche aus achsennahen Kathodenelementen unter schwacher Neigung austreten (d. h. Paraxialstrahlen). Diese Strahlen sind aber auch am Meßort Paraxialstrahlen. Zur sicheren Vermeidung von Meßfehlern durch die Aberrationen der Kathodenlinse empfiehlt es sich also, die Definition des Richtstrahlwertes gemäß (1) durch *infinitesimale* Größen ernst zu nehmen. Mögliche Einflüsse der im Experiment nicht zu vermeidenden *endlichen* Beträge der in (1) eingehenden Meßgrößen müssen in jedem Falle diskutiert werden.

Während also die Aberrationen der Kathodenlinse grundsätzlich keinen Einfluß auf den Richtstrahlwert haben, bleibt noch zu untersuchen, welche Auswirkungen eventuelle Abweichungen vom LAMBERTschen Strahlungsgesetz haben. Wegen der Beschränkung auf infinitesimale Flächen- und Raumwinkelemente können wir sowohl beim LAMBERT-Strahler als auch beim Nicht-LAMBERT-Strahler konstante Strahlungsdichte im ausgeblendeten Winkelbereich vor der Kathode annehmen. Es wäre aber verfehlt, hieraus die Unabhängigkeit des Richtstrahlwertes von der jeweiligen Strahlungsverteilung zu folgern. Der Zusammenhang in (6) bzw. (9) zwischen axialer Strahlungsdichte  $i_{K0}$  bzw.  $i_{A0}$  und der Emissionsstromdichte  $j_K$  folgt nämlich aus dem Vergleich zwischen der Strahlungsverteilung über den gesamten Kathodenhalbraum und der Emission in Achsenrichtung. Bei einer anderen als der LAMBERT-Verteilung führt dieser Vergleich aber im allgemeinen zu einem anderen Faktor als  $\pi$  bzw.  $1/\pi$  in Gl. (6) und (9).

*Der Richtstrahlwert für Glühemission ohne Raumladungseinfluß:* Bei Glühemission (MAXWELLSche Geschwindigkeitsverteilung vorausgesetzt) gilt:

$$e(U_K - U_0) = k T; \quad (11)$$

mit  $k$  = BOLTZMANN-Konstante,  $e$  = Elementarladung,  $T$  = absolute Temperatur der Kathode, wobei  $kT$  die

<sup>8</sup> Von axialem Astigmatismus wird hier abgesehen.

Energie der mit der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit austretenden Teilchen ist. Durch Einsetzen von (11) in (9) erhalten wir (Glühemission nach dem LAMBERTSchen Gesetz vorausgesetzt) für die axiale Strahlungsdichte eines mit der Energie  $kT$  emittierten und durch die Spannung  $U_A - U_K$  stark beschleunigten Strahlenbündels den Ausdruck

$$i_{A0} \approx \frac{j_K}{\pi} \frac{e(U_A - U_K)}{kT}. \quad (12)$$

Da sich *keine streuenden Medien* im Strahlengang befinden sollen, kann  $j_K = j_S(\Phi, T)$  mit der Sättigungs-Emissionsstromdichte  $j_S$  nach RICHARDSON identifiziert werden ( $\Phi$  = Austrittsarbeit des Kathodenmaterials). Im Gegensatz zu der allgemeinen Gl. (1) nennen wir den Ausdruck (12) den *theoretischen Richtstrahlwert für Glühemission*.

Da der Richtstrahlwert nach dieser Gl. nur von Kathodenmaterial, Kathodentemperatur und Beschleunigungsspannung abhängt, ist er eine *elektrische Erhaltungsgröße* des vorgegebenen Strahlenbündels. Er ist unabhängig von der Größe der emittierenden Kathodenfläche, überall auf der Achse im Anodenraum gleich und wird insbesondere durch Einzellinsen, die in den Strahlengang eingebracht werden (außer im Feld dieser Linsen selbst) nicht verändert<sup>9</sup>.

## 2. Der Brennfleck

In der Praxis der Richtstrahlwertmessung spielt das Kathodenbild nur eine untergeordnete Rolle. Dagegen ist eine andere Größe, die in den bisherigen Ableitungen nicht vorkam, von entscheidender Bedeutung: der sogen. „Brennfleck“. Wir werden uns daher kurz mit ihm befassen.

Nach Abb. 1 a ist das Feld der Kathodenlinse unmittelbar vor einer kugelförmigen Kathode noch kugelsymmetrisch. In diesem Feld werden die von jedem Kathodenelement in alle Winkel emittierten Elektronen in schlanke Elementarbündel zusammengefaßt, deren Hauptstrahlen vom Kugelzentrum auszugehen scheinen. Diese Bündel werden erst durch das Feld in der näheren Umgebung des Loches in der WEHNELT-Blende zur optischen Achse hin gekrümmt und durchdringen einander im Idealfall in einem *gemein-*

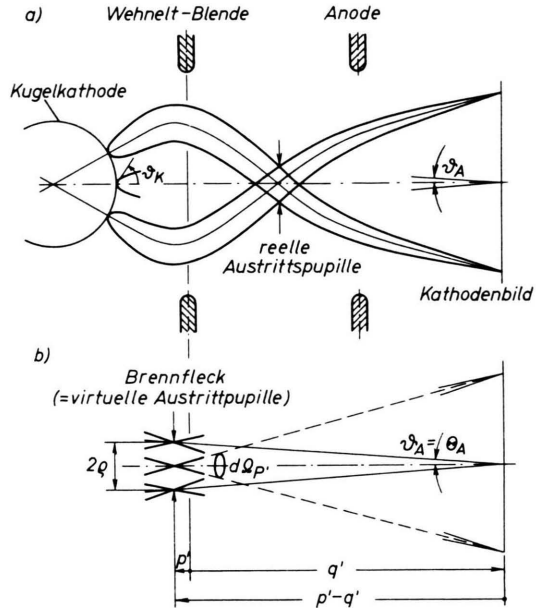


Abb. 1. Zur Entstehung des Brennflecks. a) Entstehung der reellen Austrittspupille als gemeinsamer Querschnitt aller von der Kathode emittierten Elementarbündel. b) Brennfleck als virtuelles Bild der reellen Austrittspupille.

samen Querschnitt (reelle Austrittspupille). Dieser liegt meist im Beschleunigungsfeld, so daß die Elementarbündel bis zum Austritt aus der Anode noch weiter gekrümmt werden. Vom Anodenraum aus gesehen (vgl. Abb. 1 b) scheinen daher alle Strahlenbündel von einer „virtuellen Austrittspupille“, dem sogen. „Brennfleck“ auszugehen.

Abgesehen von Sonderfällen (Brennflecklage in sehr großer Entfernung vor oder hinter der Linse), stellt der Brennfleck den *engsten* virtuellen Querschnitt des gesamten Strahlenbündels im Anodenraum dar. Bei der Asymptotenkonstruktion des Strahlenbündels im Anodenraum vertritt er also im allgemeinen die Strahlquelle selbst. Wir benötigen daher einige Angaben über die Strahlungsdaten im Brennfleck.

**Brennfleckgröße und Brennflecklage:** Nach Abb. 1 b besteht zwischen Brennfleckradius  $\varrho$  und der halben Bestrahlungsapertur  $\vartheta_A$  im Kathodenbild der Zusammenhang

$$\varrho = (p' - q') \tan \vartheta_A; \quad (13)$$

$(p' - q')$  = Abstand zwischen Brennfleck und Kathodenbild.

<sup>9</sup> Von J. Dosse, Z. Phys. **115**, 530 [1940], wurde seinerzeit der Richtstrahlwert definitionsgemäß nicht wie oben auf den paraxialen Stromfaden, sondern auf den von einem geeignet ausgewählten endlichen Bereich des Brennflecks in

einen endlichen Winkelbereich ausgesendeten Strom bezogen. Diese Größe besitzt jedoch nicht die einfache physikalische Kennzeichnung wie die Größe gemäß Definition (1).

Für  $(U_K - U_0) \ll (U_A - U_0)$ , d. h. für stark beschleunigte Elektronenbündel, ist nach (10) stets  $\vartheta_A \ll 1$ .

Wir können also in (13) den Tangens durch den Winkel selbst ersetzen. Wie detaillierte Abschätzungen zeigen, fällt der Einfluß der Bildfehler der Kathodenlinse auf das einzelne Elementarband bei der Berechnung von  $\varrho$  im Rahmen der geforderten Rechengenauigkeiten meist kaum ins Gewicht<sup>10</sup>. Es ist daher erlaubt, unsere Betrachtungen auf Elementarband mit Emissionswinkeln von  $\pi/2$  an der Kathode auszudehnen. Wir können also  $\vartheta_A$  in (13) durch  $\Theta_A$  aus (10) ersetzen und erhalten dann für den Brennfleckradius:

$$\varrho = (p' - q') \sqrt{\frac{\partial A_K(U_K - U_0)}{\partial A_A(U_A - U_0)}} = \frac{p' - q'}{\beta'} \sqrt{\frac{U_K - U_0}{U_A - U_0}}, \quad (14)$$

wobei  $\beta' = \sqrt{\partial A_A / \partial A_K}$  der Abbildungsmaßstab ist. Seine Größe hängt also neben dem Spannungsverhältnis  $(U_K - U_0) / (U_A - U_0)$  noch von der Vergrößerung des Kathodenbildes und der Entfernung Brennfleck-Kathodenbild ab, d. h. von Größen, die ihrerseits Funktionen der WEHNELT-Spannung  $U_W - U_K$  sind. Diese Abhängigkeiten können rechnerisch exakt aus den Bahngleichungen, oder näherungsweise aus einem vereinfachten Modell der Kathodenlinse<sup>10</sup> bestimmt werden. Außerdem gibt es geeignete experimentelle Verfahren<sup>11</sup> zur direkten Bestimmung von Brennfleckgröße und -lage in Abhängigkeit von der WEHNELT-Spannung. Die Ergebnisse aus Rechnungen am Modell stimmen mit den experimentellen Messungen numerisch weitgehend überein: Der Brennfleck befindet sich für  $U_W \rightarrow U_{\text{Sperr}}$  in Kathodennähe; wächst  $U_W - U_{\text{Sperr}}$ , so wandert er aus dem Linsensystem durch die Anodenblende heraus, schlägt durch  $\pm \infty$  und nähert sich schließlich wieder von rückwärts der Kathode. Sein Radius ist hierbei etwa proportional zum Abstand Brennfleck-Kathode und außerdem proportional zum Krümmungsradius der emittierenden Kugelnkathode.

**Stromdichte im Brennfleck:** Wie aus den grundlegenden optischen Gesetzen bekannt ist, wird die in einen bestimmten Winkelbereich ( $\vartheta_K$ ;  $\vartheta_K + d\vartheta_K$ ) von der Kathode emittierte Strahlung im Brennfleck durch ein eindeutig zugeordnetes Flächenelement hindurchgeführt, das senkrecht zur Achse die Ausdehnung  $(x_P'; x_P' + dx_P')$  hat, wobei  $0 \leq x_P' \leq \varrho$ . Da in Analogie zu (13) und (14) unter Verwendung von (7) auch

$$x_P' = (p' - q') \tan \vartheta_A, \quad (13a)$$

$$x_P' = (p' - q') \sqrt{\frac{\partial A_K(U_K - U_0)}{\partial A_A(U_A - U_0)}} \sin \vartheta_K \quad (14a)$$

gilt, können wir die gesuchte Beziehung zwischen  $dx_P'$  und  $d\vartheta_K$  durch Differentiation dieser Gleichungen gewinnen. Wir sind damit in der Lage, die Stromdichte  $j_P'$  im Brennfleck zu berechnen [z. B. nach (4) als Quo-

tient aus dem Strom, der durch ein konzentrisch zur Achse liegendes ringförmiges Flächenelement  $2\pi x_P' dx_P'$  der Pupille fließt, dividiert durch dieses Flächenelement]. Das Ergebnis ist:

$$j_P' = \frac{j_K(U_A - U_0)}{\pi(U_K - U_0)} \frac{\partial A_A}{(p' - q')^2}. \quad (15)$$

Die Stromdichte im Brennfleck ist hiernach unabhängig von  $x_P'$ , d. h. über den ganzen Querschnitt des Brennflecks gleich. Da die räumliche Strahlapertur im Brennfleck

$$\partial \Omega_{P'} = \frac{\partial A_A}{(p' - q')^2} = \frac{\beta'^2 \partial A_K}{(p' - q')^2} \quad (16)$$

beträgt, erhalten wir, wie es sein muß, auch für den Richtstrahlwert  $i_{P'} = j_P' / \partial \Omega_{P'}$  im Brennfleck den Wert (9).

Vorige Überlegungen beziehen sich auf Strahlenbündel mit einheitlicher Elektronenenergie. Elektronen unterschiedlicher Energie haben ungleiches  $U_K - U_0$  und werden daher nach (14) durch verschieden große Pupillen (mit etwas verschiedener Lage) geführt. In diesem Fall ergibt sich die Stromdichteverteilung im Brennfleck durch Überlagerung der homogen ausgeleuchteten Einzelpupillen. Liegt MAXWELLSche Energieverteilung vor, so resultiert eine glockenförmige Stromdichteverteilung<sup>9</sup>. Im Zentralbereich der Glockenkurve, wo sich alle Einzelpupillen überdecken, gilt dann sowohl (9) und (15) wie auch (12). Nur auf diesen Brennfleckbereich beziehen sich streng genommen die weiteren Betrachtungen.

**Zusammenfassung:** Der Brennfleck besitzt im allgemeinen endliche Größe. Sein Radius und seine Lage sind Funktionen der WEHNELT-Spannung und der Geometrie des Strahlerzeugers, insbesondere des Radius der Kathodenkugel. Das gleiche gilt für die Stromdichte im Zentralbereich des Brennflecks. Dagegen ist der Richtstrahlwert der vom Brennfleck ausgehenden Strahlung unabhängig von der speziellen Wahl der WEHNELT-Spannung und den geometrischen Gegebenheiten.

Es muß jedoch betont werden, daß bei der Herleitung dieser Aussagen einige ihre Gültigkeit einschränkende Einflüsse nicht berücksichtigt wurden. Als ein solcher ist die Verzeichnung der Kathodenlinse zu nennen, die den Brennfleck in eine Kaustik entarten läßt (die Gestalt der Kaustik kann mit dem in<sup>11</sup> angegebenen Schattenverfahren genau ermittelt werden). Die für den Brennfleck berechneten Daten beziehen sich in Wirklichkeit also auf die Verhältnisse in der „Kaustikspitze“, in der sich die Elementarband aus achsennahen Flächenelementen der Kathode gegenseitig durchdringen.

<sup>10</sup> Vgl. R. LAUER u. K.-J. HANSZEN, Electron Microscopy 1966, 6th Int. Congr. Kyoto, Bd. 1, Tokyo 1966, S. 129; eine ausführliche Veröffentlichung ist in Vorbereitung.

<sup>11</sup> Zum Beispiel K.-J. HANSZEN, Z. Naturforsch. **19 a**, 896 [1964].

Wenn wir das Experiment zur Bestimmung des Richtstrahlwerts so einrichten (z. B. durch geeignetes Ausblenden), daß die zur Messung benutzte Strahlung vom zentralen, homogen ausgeleuchteten Brennfleckbereich (bzw. von dem entsprechenden Bereich der Kaustikspitze) herzukommen scheint, können wir also sicher sein, daß die Aberrationen der Kathodenlinse keinen störenden Einfluß auf die Richtstrahlwertmessungen besitzen.

### 3. Der Raumladungseinfluß

*Richtstrahlwert und WEHNELT-Spannung:* Wie allgemein bekannt ist, beeinflußt die WEHNELT-Spannung  $U_W - U_K$  außer der Strahlgeometrie auch den Strahlstrom: bei negativeren WEHNELT-Spannungen beschneidet der Potentialvorhang in der Bohrung der WEHNELT-Blende irisblendenartig die Größe der in den Anodenraum emittierenden Kathodenfläche<sup>12</sup>. Nach den früheren Feststellungen kann sich der Richtstrahlwert durch diesen Effekt nicht ändern, wohl aber nach (16) der Raumwinkel, in welchen der Brennfleck strahlt. Erst kurz bevor das WEHNELT-Potential das Sperrpotential erreicht (also dann, wenn die Differenz zwischen Sattelpotential in der WEHNELT-Blende und Ruhopotential der Teilchen die Größenordnung von  $kT/e \approx 0,25$  V bekommt), muß der Richtstrahlwert absinken, weil sich nunmehr  $j_k$  verringert, da die energieärmeren Elektronen vom weiteren Strahlverlauf ausgeschlossen werden (Filterwirkung). Das Experiment zeigt jedoch, daß der Richtstrahlwert mit negativer werdender WEHNELT-Spannung je nach Kathodenform und Temperatur bereits 3 bis 30 V vor Erreichung der Sperrspannung allmählich abnimmt und dann am Sperrpunkt selbst steil auf Null abfällt. Dieser Befund legt die Annahme nahe, daß die sich vor der Kathode aufbauende Raumladungswolke als elektronenstreuendes Medium für die beobachtete Abnahme des Richtstrahlwerts verantwortlich ist. Die nachfolgenden Untersuchungen sollen diese Annahme erhärten.

*Richtstrahlwert und Emissionsstrom-Charakteristik.* Zur Bestimmung des Richtstrahlwerts bei Raumladungsbetrieb des Elektronenstrahlers muß an Stelle von  $j_s$  ein geeigneter anderer Ausdruck für die Emissionsstromdichte eingesetzt werden. In Fort-

setzung der früheren Überlegungen betrachten wir hierzu das Feld zwischen Kathodenkugel und WEHNELT-Elektrode als das eines Kugelkondensators, zwischen dessen Elektroden angenähert die Potentialdifferenz  $(U_W - U_{\text{Sperr}})$  liegt. Nach LANGMUIR und BLODGETT<sup>13</sup> kann man unter diesen Voraussetzungen die Emissionsstromdichte in der Form

$$j_R \approx c(r_K) \cdot (U_W - U_{\text{Sperr}})^{3/2} \quad (17)$$

schreiben, wobei die Konstante  $c$  bei unendlich groß gedachtem Abstand zwischen WEHNELT-Elektrode und Kugelkathode nur von deren Radius  $r_K$  abhängt. Mit (17) erhalten wir aus (12) für den Richtstrahlwert bei Raumladungsbetrieb

$$i_{A0} \approx c(r_K) \cdot \frac{e(U_A - U_K)}{kT} (U_W - U_{\text{Sperr}})^{3/2}. \quad (18)$$

Auf entsprechendem Wege könnte bei Bedarf auch eine Beziehung für den Richtstrahlwert im Anlaufstromgebiet angegeben werden.

Aus Gl. (18) erkennen wir, daß der Richtstrahlwert bei festgehaltener Geometrie und Beschleunigungsspannung eine generelle Abhängigkeit von  $U_W - U_{\text{Sperr}}$  und  $T$  besitzt, die bis auf den nicht sehr ins Gewicht fallenden Faktor  $1/kT$  ähnlich zu der hinlänglich bekannten Spannungs- und Temperaturabhängigkeit der Emissionsstromdichte in einer Diode ist.

Unsere Erwartungen werden durch das Experiment bestätigt, vgl. z. B. die gemessene Richtstrahlwertcharakteristik von Abb. 6 mit der  $j(U_A - U_K)$ -Charakteristik einer Diode mit  $T$  als Parameter<sup>14</sup>. Bemerkenswert sind allerdings die Abweichungen. Sie zeigen die durch die Vernachlässigungen gegebenen Grenzen unserer Betrachtungen. Da detaillierte theoretische Untersuchungen über die Auswirkung einer Raumladung vor der Kathode auf den Richtstrahlwert von Systemen mit scharf gebündelten Strahlen nicht bekannt sind, müssen wir zur Deutung von Einzelheiten auf einfache Modellvorstellungen zurückgreifen.

*Raumladung als streuendes Medium.* Mit abnehmendem Wert von  $(U_W - U_{\text{Sperr}})$  sinkt die Feldstärke vor der Kathode. Unterhalb eines bestimmten Schwellenwertes können nicht mehr alle emittierten Elektronen abgesaugt werden. Vor der Kathode bildet sich dann eine Elektronen-Raumladungswolke

<sup>12</sup> B. V. BORRIES u. E. RUSKA, Z. VDI **80**, 1075 [1936], s. auch W. GLASER, Grundlagen der Elektronenoptik, Wien 1952, S. 273.

<sup>13</sup> I. LANGMUIR u. K. B. BLODGETT, Phys. Rev. **24**, 49 [1924].

<sup>14</sup> Zum Beispiel in LANDOLT-BÖRNSTEIN, Zahlenwerte und Funktionen, Bd. 2, 6. Teil, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1959, S. 909.

aus, an der ein Teil der emittierten Elektronen in alle Richtungen (also auch auf die Kathode zurück) gestreut wird. Die Zahl der für den Strahlstrom von der Kathode direkt zur Verfügung gestellten Elektronen nimmt also mit wachsender Raumladung ab. Gleichzeitig steigt der Anteil der Strahlelektronen, die in der Raumladungswolke ein- oder mehrmals gestreut werden. Die Raumladung vor der Kathode wird also mehr und mehr zur effektiven Strahlquelle.

Wir können uns den Einfluß dieser Erscheinung auf den Richtstrahlwert an Hand von Abb. 1 a und b klarmachen, wenn wir uns kurz vor der Kathode eine streuende Elektronenwolke aufgebaut denken, welche die schon schlanker gewordenen Elementar-bündel wieder verbreitert. Die verbreiterten Bündel werden im weiteren Verlauf durch das Feld wieder fokussiert. Kurz hinter dem Kathodenbild entsteht ein Abbild der Wolke. Der Abstand zwischen Streuwolke und Kathode sei so gering, daß der Radius der verbreiterten Bündel in der Ebene des Kathodenbildes klein gegenüber dem Radius des nahezu fehlerfrei abgebildeten (paraxialen) Kathodenbereichs ist. Unter diesen Umständen hat sich unter dem Einfluß der Raumladung die Strahlapertur in der reellen Austrittspupille – und damit auch im Brennfleck – nicht geändert, während die Radien der reellen Austrittspupille und des Brennflecks zugenommen haben. Der Richtstrahlwert hat demnach auch dann schon abgenommen, wenn die Zahl der Strahlelektronen durch die Streuung noch nicht erniedrigt wurde (sondern wenn lediglich der Brennfleckquerschnitt durch die Raumladung verbreitert wurde).

Die Vergrößerung des Brennflecks durch Raumladungseinflüsse in Abhängigkeit von  $(U_W - U_{\text{Sperr}})$  kann experimentell mit Hilfe von Lochkamerabildern (genauer nach dem Verfahren <sup>11</sup>) verfolgt werden: Mit der Vergrößerung des Brennflecks geht eine Verwaschung seiner Berandungen Hand in Hand.

Soweit das Modell. Im Strahlsystem selbst ist die Sachlage verwickelter: Die Raumladungswolke stört durch ihre Anwesenheit die gesamte Potentialverteilung vor der Kathode und damit auch die optischen Daten der Kathodenlinse. (Im Modell können wir das grob nachahmen, indem wir den Streukörper in

ein Medium mit einem anderen Brechungsindex (entspr. dem „inneren“ bzw. „mittleren“ Potential) einbetten. Wir haben aber bereits früher festgestellt, daß der Richtstrahlwert bei gleichem  $U_A$  und  $U_0$  unabhängig von der jeweiligen Gestalt des Potentialverlaufs ist. Der hier erwähnte Einfluß der Raumladung kommt daher erst dann zur Wirkung, wenn das mittlere Potential am Ort der Raumladungswolke unter das Kathodenpotential sinkt, so daß diese Potentialschwelle die niederenergetischsten Glühelktronen zurückhält, also Filterwirkung ausübt.)

#### 4. Das Zweiblenden-Verfahren

*Meßprinzip.* Bei starken Raumladungen wird der theoretische Richtstrahlwert erst bei bedeutend positiveren WEHNELT-Spannungen als die Sperrspannung erreicht. Es muß also damit gerechnet werden, daß in dem WEHNELT-Spannungsbereich, in dem Richtstrahlmessungen vorgenommen werden müssen, der Brennfleck alle möglichen Lagen auf der optischen Achse zwischen  $-\infty$  und  $+\infty$  einnehmen kann. Es würde daher zu meßtechnischen Erschwernissen führen, die Richtstrahlwerte bei den verschiedenen WEHNELT-Spannungen im jeweiligen Brennfleck (oder in dem durch eine geeignete Abbildungslinse stets am gleichen Ort hervorgerufenen Bild des jeweiligen Brennflecks) messen zu wollen. Vielmehr ist es zweckmäßig, den Richtstrahlwert bei allen WEHNELT-Spannungen an einer festen Meßstelle im Anodenraum zu bestimmen. Als Meßverfahren bietet sich daher das ohne eine Abbildung des Brennflecks arbeitende Zweiblenden-Verfahren an <sup>15</sup>. Hier wird durch zwei enge, in bekanntem Abstand hintereinanderliegende Blendenlöcher mit den Radien  $r_1$  und  $r_2$  ein axialer Stromfaden ausgeblendet und sein Strom  $I_{\text{mess}}$  hinter der zweiten Blende gemessen. Dieser Strom, dividiert durch die Fläche des zweiten Blendenloches, ist die Stromdichte in der zweiten Blende. Der gemessene Strom kommt aber aus einem sehr engen Raumwinkelbereich, der bei hinreichender Ausleuchtung durch den Quotienten aus Fläche der ersten Blende und Abstandsquadrat beider Blenden festgelegt ist. Die Division durch diesen Raumwinkel liefert gemäß Definitionsgleichung (1) den Richtstrahlwert <sup>16</sup>

<sup>15</sup> Vorgeschlagen von E. RUSKA; vgl. H. BOERSCH u. G. BORN, 4. Int. Konf. f. Elektronenmikroskopie, 1958, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1960, Bd. I, S. 35.

<sup>16</sup> Man erkennt, daß in Gl. (19) die beiden Blendenflächen gleichberechtigt eingehen. Man kann deshalb auch die erste Blende als die Stromdichte definierend und die zweite Blende als den Raumwinkel definierend ansehen.

$$i_{A0} = I_{\text{mess}} \left( \frac{L}{\pi r_1 r_2} \right)^2; \quad (19)$$

$L$  = Abstand der zweiten von der ersten Blende.

**Ausleuchtung.** Die Ausleuchtung der Blenden ist wegen des geringen Durchmessers des Brennflecks keinesfalls immer gewährleistet<sup>17</sup>. Zur Ableitung quantitativer Beziehungen betrachten wir die beiden Extremfälle: sehr großer und sehr kleiner Brennfleckdurchmesser. Die Apertur  $\varphi$  der aus jedem Flächenelement des Brennflecks ausgehenden Strahlenbündels sei stets als so groß angenommen, daß sie die erste Blende voll überdeckt<sup>18</sup>.

Um Weitläufigkeiten zu vermeiden, behandeln wir in Abb. 2 und Gl. (20) nur den Fall, daß der Brennfleck oberhalb der ersten Blende liegt. Die Ergebnisse in Gln. (21) bis (26) bleiben von dieser Einschränkung unberührt.

**Fall a)** Bei großem Brennfleckradius  $\varrho = \varrho_a$  erscheint nach Abb. 2a die erste Blende von jedem Flächenelement der zweiten Blende aus betrachtet voll ausgeleuchtet. Die erste Blende beschneidet also die Sicht von jedem Punkt der zweiten Blende auf den vollen Brennfleckquerschnitt. Wir haben dann:

$$r_{1a} \leq \frac{\varrho L - r_2 l}{l + L}; \quad \varrho_a \geq \frac{r_1(l + L) + r_2 l}{L}; \quad (20 a)$$

$l$  = Abstand des Brennflecks von der ersten Blende.

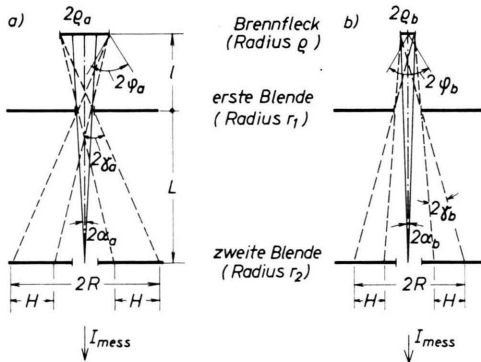


Abb. 2. Bestimmungsgrößen beim Zwei-Blenden-Verfahren. a) Großer Brennfleck: Die erste Blende erscheint von jedem Flächenelement der zweiten Blende aus betrachtet voll ausgeleuchtet; der Bestrahlungswinkel  $\alpha$  ist durch den Radius  $r_1$  der ersten Blende festgelegt. b) Kleiner Brennfleck: Der Brennfleck ist von jedem Flächenelement der zweiten Blende aus ganz zu sehen; der Bestrahlungswinkel  $\alpha$  ist durch den Brennfleckradius  $\varrho$  festgelegt.

**Fall b)** Bei sehr kleinem Brennfleckradius  $\varrho = \varrho_b$  erscheint nach Abb. 2b die erste Blende von jedem Flächenelement der zweiten Blende aus betrachtet nicht ausgeleuchtet; von jedem Flächenelement der zweiten Blende ist also der gesamte Brennfleckquerschnitt zu sehen. Wir erhalten dann:

$$r_{1b} \geq \frac{\varrho L + r_2 l}{l + L}; \quad \varrho_b \leq \frac{r_1(l + L) - r_2 l}{L}. \quad (20 b)$$

Wenn (20 a) bzw. (20 b) erfüllt ist, kann man gemäß Abb. 2a bzw. 2b mit dem Zweiblendenverfahren grundsätzlich folgende Daten eines Strahlenbündels ermitteln<sup>19</sup>:

1) Den Brennfleckradius  $\varrho$ :

$$\varrho_a = \frac{(R - H/2) r_1}{H/2 - r_1}; \quad \varrho_b = \frac{H r_1/2}{(R - H/2) - r_1}, \quad (21 a, b)$$

mit  $H$  = Halbschattenbreite und  $R$  = Fleckradius in der zweiten Blendenebene.

2) Den Brennfleckabstand  $l$  von der ersten Blende:

$$l_a = \frac{L r_1}{H/2 - r_1}; \quad l_b = \frac{L r_1}{(R - H/2) - r_1}. \quad (22 a, b)$$

3) Den Bestrahlungswinkel  $\gamma$  in der ersten Blende:

$$\gamma_a = \frac{R - H/2}{L}; \quad \gamma_b = \frac{H/2}{L}. \quad (23 a, b)$$

4) Den Bestrahlungswinkel  $\alpha$  in der zweiten Blende:

$$\alpha_a = r_1/L; \quad \alpha \text{ durch } r_1 \text{ bestimmt}; \quad (24 a)$$

$$\alpha_b = \frac{r_1}{L} \cdot \frac{H/2}{R - H/2}; \quad \alpha \text{ durch } \varrho \text{ bestimmt}. \quad (24 b)$$

5) Mit Hilfe der Stromdichte in der zweiten Blende

$$j_2 = I_{\text{mess}}/\pi r_2^2. \quad (25)$$

6) Den Richtstrahlwert  $i_{A0}$

$$i_{A0} = \frac{j_2}{\pi \alpha_a^2} = I_{\text{mess}} \left( \frac{L}{\pi r_1 r_2} \right)^2; \quad \text{wobei } \alpha_a \text{ durch } r_1 \text{ bestimmt}; \quad (26 a)$$

$$i_{A0} = \frac{j_2}{\pi \alpha_b^2} = I_{\text{mess}} \left( \frac{L}{\pi r_1 r_2} \cdot \frac{R - H/2}{H/2} \right)^2; \quad \text{wobei } \alpha_b \text{ durch } \varrho \text{ bestimmt}. \quad (26 b)$$

Wir erkennen in (26 a) die Gl. (19) wieder. Wir sehen aber weiter, daß der Richtstrahlwert grundsätzlich auch

<sup>17</sup> Vgl. hierzu auch die Untersuchungen von O. KAMIGAITO<sup>6</sup> für ebene Kathoden. S. KRAUSE u. W. D. RIECKE schlugen zur Umgehung der Schwierigkeiten auf der 10. Tagung der Deutschen Ges. f. Elektronenmikroskopie 1961 in Kiel vor, eine Blende durch eine bewegliche Schneide zu ersetzen.

<sup>18</sup> Diese Annahme ist praktisch immer erfüllt; eine ausführliche Veröffentlichung ist in Vorbereitung. Für Richtstrahlwertmessungen nach Fall a (s. u.) genügt es schon, wenn  $\varphi \geq (r_1 + r_2)/L$  ist.

<sup>19</sup> Die Gln. (21 a, b) bis (23 a, b) sind zueinander symmetrisch bezüglich  $R - H/2$  und  $H/2$ . In beiden Fällen sind Fleckradius  $R$  und Halbschattenbreite  $H$  Bestimmungsstücke für Brennfleckradius  $\varrho$ , Brennfleckabstand  $l$  und Bestrahlungswinkel  $\gamma$ . In die Bestimmung des Winkels  $\alpha$  und des Richtstrahlwertes gehen  $R - H/2$  und  $H/2$  im Fall a jedoch nicht ein. Andererseits läßt sich aber  $\alpha$  ohne Kenntnis von  $R$  und  $H$  direkt aus (26 b) bestimmen, falls man den Richtstrahlwert, z. B. den theoretischen Wert, bereits kennt, vgl. (28).

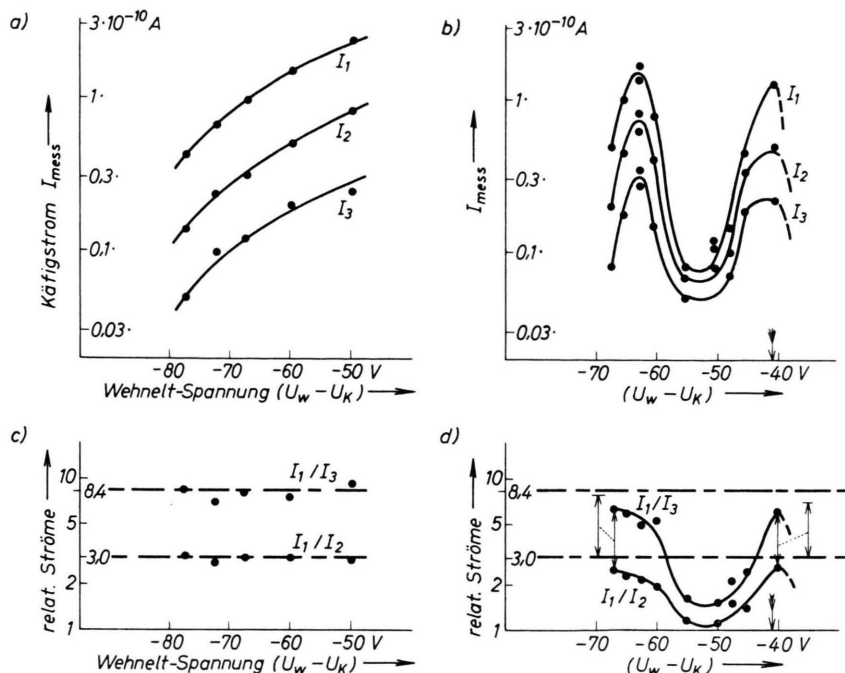


Abb. 3. Käfingstrom in Abhängigkeit von der WEHNELT-Spannung und vom Radius der ersten Blende ( $r_1 = 10 \mu\text{m}$ ;  $5,8 \mu\text{m}$ ;  $3,5 \mu\text{m}$ ). a) Für Kathodenkugel von  $160 \mu\text{m}$  Radius (großer Brennfleck); b) für Kathodenkugel von  $3 \mu\text{m}$  Radius (kleiner Brennfleck); c) bzw. d) zeigen die entsprechenden relativen Käfingströme in Abhängigkeit von der WEHNELT-Spannung. Die unterbrochenen horizontalen Linien zeigen die relativen Ströme an, die zu erwarten sind, wenn die Meßströme proportional zur jeweiligen Blendenfläche sind.

bei extrem schlechter Ausleuchtung unter Benutzung der Halbschattendaten bestimmt werden kann<sup>20</sup>.

**Bestimmung der geeigneten Blendengrößen.** Bezüglich der Größe der ersten Blende haben wir stets nachzuprüfen, ob im Experiment der Fall a) „genügend kleine Blende“ oder der Fall b) „zu große Blende“ vorliegt.

Löst man (26 a, b) mit (24 a, b) nach  $I_{\text{mess}}$  auf, so erhält man

$$I_{\text{mess}} = i_{A0} (\pi r_2 \alpha)^2. \quad (27)$$

Der gemessene Strom  $I_{\text{mess}}$  ist also für einen gegebenen Richtstrahlwert proportional zu  $\alpha^2$ . Nach Gl. (24 a, b) bzw. Abb. 2 hängt aber  $\alpha$  nur im Falle a) vom Radius  $r_1$  der ersten Blende ab. Fall a) liegt im Experiment also dann vor, wenn der Käfingstrom  $I_{\text{mess}}$  proportional zu  $\alpha^2 = (r_1/L)^2$  ist, und Fall b), wenn der Käfingstrom unabhängig von  $r_1$  ist.

In Abb. 3 wird dieser Sachverhalt experimentell geprüft. Bei Verwendung einer großen Kathodenkugel (d. h. bei großem Brennfleck), vgl. Abb. 3 a, c, sind bei jeder WEHNELT-Spannung  $U_W - U_K$  die gemessenen Ströme proportional zur Blendenfläche. Das Blendensystem ist also stets voll ausgeleuchtet; es gelten somit die Gln. (20 a) bis (26 a).

Bei Verwendung der kleinen Kathodenkugel (d. h. bei kleinem Brennfleck), vgl. Abb. 3 b, d, ist volle Ausleuchtung nur bei WEHNELT-Spannungen nahe der Sperrspannung  $-68 \text{ V}$  und bei  $-40 \text{ V}$  gegeben<sup>21</sup>. Dazwischen und bei positiveren Spannungen als  $-40 \text{ V}$  ist der Käfingstrom  $I_{\text{mess}}$  nahezu unabhängig von der Blendenfläche. Die erste Blende ist hier also zu groß gewählt; wir befinden uns im Anwendungsbereich der Gln. (20 b) bis (26 b).

<sup>20</sup> Wie bereits erwähnt, besitzt der Brennfleck wegen der MAXWELL-Verteilung der Glühelctronen eine glockenförmige Stromdichteverteilung, so daß Brennfleckrand und Halbschatten verwaschen sind. Als Folge davon können die Gln. (21 b) bis (26 b) in Übereinstimmung mit der Praxis nur qualitativ ausgewertet werden.

<sup>21</sup> Nahe der Sperrspannung wird infolge der geringen Feldstärke vor der Kathode die Raumladung besonders stark,

so daß der Brennfleck durch Streuung besonders groß wird. Bei  $(U_W - U_K) = -40 \text{ V}$  (hier Pfeil in den Abb.) liegt der Brennfleck im Blendensystem selbst. Sein Durchmesser ist hier so groß, daß das Blendensystem (außer bei sehr kleinen Kathodenradien) ebenfalls ausgeleuchtet wird; vgl. auch die sukzessive Abnahme dieser Maxima in Abb. 6 d bis 6 f.

Auch für die *Abmessungen der zweiten Blende* gelten Beschränkungen: Aus ihrem Radius und dem Käfigstrom  $I_{\text{mess}}$  soll nach (25) die Stromdichte ermittelt werden. Hierzu muß die Blende homogen ausgeleuchtet sein, d. h. ihr Durchmesser muß kleiner als der „Kernschatten“-Durchmesser  $2(R-H)$  des ausgeblendeten Strahlenbündels sein. Dies ist bestimmt dann erfüllt, wenn sich der Käfigstrom bei einer Verschiebung der zweiten Blende von der Größe ihres Durchmessers nicht ändert.

## 5. Experimentelles

*Der Elektronenstrahler.* Verwendet wurde ein Elektronenstrahler in der Bauart von BOERSCH<sup>22</sup> (geometrische Maße s. Abb. 4). Die Kathode konnte während des Betriebs so zentriert werden, daß die Strahlachse durch

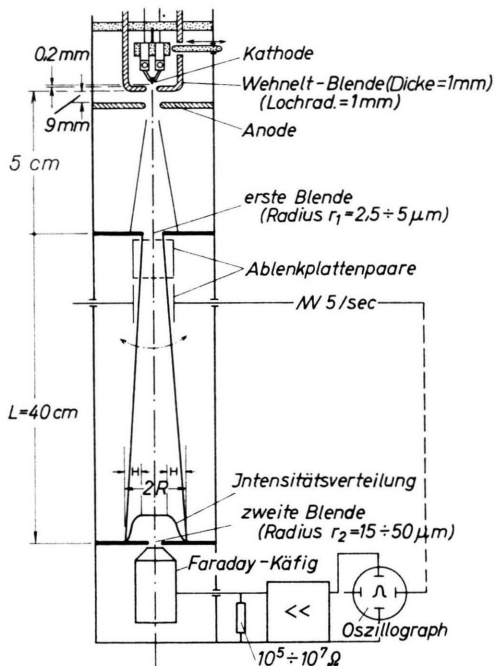


Abb. 4. Experimentelle Anordnung zur Bestimmung des Richtstrahlwertes.

die Blende des Meßkäfigs (die sogen. zweite Meßblende) ging. Die Kathodenkugeln wurden nach dem von Popović<sup>23</sup> angegebenen Verfahren durch Elektronenbeschuß der Spitze eines angeätzten Wolframdrahtes hergestellt. Die Gestalt der an den Heizfaden angepunkteten Kathoden zeigt Abb. 5.

Mit dicken Kugeln werden die theoretischen Richtstrahlwerte für Glühemission bei einer Kathodentempe-

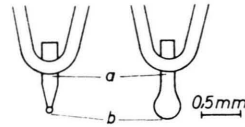


Abb. 5. Aussehen von Kugelkathoden mit 3 bis 150 µm Kugelradius. a und b = Temperaturmeßstellen.

ratur von ca. 2800 °K erst bei einigen mA Gesamtstrom erreicht. Um bei so hohen Strömen eine Zerstörung der ersten Meßblende zu vermeiden, wurde mit der relativ niedrigen Anodenspannung von 10 kV gearbeitet. Dieser Spannungswert wurde unabhängig von der Belastung auf  $\pm 1\%$  genau eingestellt.

Die WEHNELT-Spannung entstammte einer eigenen Spannungsquelle. Sie konnte auf 1/10 Volt genau eingestellt werden. Der Abstand Heizfaden – WEHNELT-Elektrode wurde so gewählt, daß bei Heiztemperaturen um 2700 °K die Sperrspannung bei allen Kathodenrändern – 75 Volt betrug.

*Blendensystem.* Die erste Blende konnte mit Hilfe eines Kreuztisches auf die Strahlachse zentriert werden. Die Lage der beiden Blenden und ihr Durchmesser gehen aus Abb. 4 hervor. Die angegebenen Maße wurden gewählt, um Gl. (20 a) erfüllen zu können, ohne daß die Apparatur zu lang und die Blenden zu eng wurden. Die Durchlaßflächen (der meist nicht gut runden) Blendenlöcher wurden durch Strommessung miteinander verglichen, indem sie nacheinander in das gleiche homogen ausgeleuchtete Strahlenbündel gebracht wurden. Die absolute Größe der Flächen wurde durch Anschluß an eine Blende gewonnen, die sich besonders leicht elektronenmikroskopisch vermessen ließ.

*Strommessung.* Die Stromdichteverteilung in der zweiten Blendenebene wurde oszillographisch gemessen. Hierzu wurde das von der ersten Blende ausgeblendete Strahlenbündel durch ein Ablenkplattenpaar periodisch über die zweite Blende bewegt (s. Abb. 4). Durch ein senkrecht zum ersten Paar und zur Strahlachse angebrachtes zweites Ablenkplattenpaar konnte der Strahl so justiert werden, daß bei der Messung der paraxiale Stromfaden erfaßt wurde. Der von der Blende durchgelassene Strom fiel in einen FARADAY-Käfig. Der Käfigstrom wurde oszillographiert. Auf dem Oszillographenschirm erschien eine Kurve, deren Ordinate proportional zum Strom ist, der bei der Relativbewegung der zweiten Blende längs des Bündeldurchmessers ausgeblendet wird. Bei hinreichender Dimensionierung der Blenden (s. o.) ergibt sich aus dem auf der Bündelachse gemessenen Stromwert nach (19) der Richtstrahlwert. Die Grenzfrequenz des Meßkreises (durch das RC-Glied aus Ableitwiderstand und Kapazität des Meßkreises bestimmt) betrug 200 Hz. Daher wurde eine bedeutend niedrigere Abtastfrequenz, nämlich 5 Hz gewählt. Erst Details der Stromverteilung, die sich nur über 1/40 des abgetasteten Bereiches erstrecken, werden bei dieser Handhabung um den Faktor 1/e geschwächt wiedergegeben. Diese Übertragungsgüte ist für unsere Versuche ausreichend.

<sup>22</sup> H. BOERSCH, Z. Phys. **130**, 517 [1951].

<sup>23</sup> Z. POPOVIĆ, J. Sci. Instruments **42**, 161 [1965].

Der minimal nachweisbare Strom betrug, begrenzt durch das Rauschen des Meßverstärkers,  $2 \cdot 10^{-12}$  A.

**Bestimmung der Kathodentemperatur.** Zur Ermittlung des theoretischen Richtstrahlwertes wurde die Kathodentemperatur vor und nach jeder Meßreihe mit einem geeichten optischen Mikropyrometer gemessen<sup>24</sup>. Dieses zeigte im verwendeten Temperatur-Meßbereich die Temperatur eines schwarzen Strahlers auf  $\pm 7$  grd bis 12 grd genau an. Diese „schwarzen Temperaturen“ wurden an Hand des spektralen Emissionsgrades von blanken Wolframflächen in die wahre Temperatur umgerechnet<sup>25</sup>. Die Temperaturen wurden an der Verbindungsstelle zwischen Haarnadel und Kugelträger (Abb. 5, Punkt a), sowie auf der Kugel selbst (Punkt b) gemessen. Wegen des begrenzten Auflösungsvermögens des Pyrometerfernrohres konnte die Temperatur an Kugeln unter 40  $\mu$ m Durchmesser nicht mehr direkt gemessen werden. In diesen Fällen wurden die Temperaturen der Verbindungsstelle nach Angaben von SWIFT und NIXON<sup>26</sup> korrigiert<sup>27</sup>.

**Meßgenauigkeit.** Die experimentellen Richtstrahlwertmessungen nach (19) wurden mit den theoretischen Richtstrahlwerten nach (12) verglichen. Hierzu wurden die Daten für die Emissionsstromdichte  $j_s$  einmal nach der RICHARDSON-Gleichung aus Tabellenwerten<sup>28a</sup> (Austrittsarbeit von Wolfram  $\Phi = 4,53$  eV) und zum anderen nach Meßwerten<sup>28b</sup> eingesetzt. Beide Werte weichen etwa um den Faktor 2 bei 2000 °K und etwa um den Faktor 3 bei 3000 °K voneinander ab, so daß unter Beachtung aller bei der Temperaturbestimmung möglichen Fehler die *theoretischen* Richtstrahlwerte mit einem durchschnittlichen Unsicherheitsfaktor 3 behaftet sind.

In die Meßwerte für den Richtstrahlwert gehen nach (26 a, b) die Blendenradien quadratisch ein. Aus diesem Grunde wurde die Durchlaßfläche des besonders kleinen ersten Blendenlochs einige Male im Laufe der Messungen elektronenmikroskopisch überprüft, um ein unbemerktes Zuwachsen mit Kontaminationsschichten auszuschließen<sup>29</sup>. Die Durchlaßflächen konnten auf etwa 10% genau vermessen werden. Setzt man für die Strommessung ebenfalls eine durchschnittliche Unsicher-

heit von 10% voraus, dann beträgt der mittlere Fehler des *gemessenen* Richtstrahlwertes bei Anwendbarkeit von (26 a) etwa 20%.

## 6. Meßergebnisse

Die Meßergebnisse sind in Abb. 6 zusammengestellt. Aufgetragen ist *der Käfigstrom, multipliziert mit dem Quadrat des gegenseitigen Blendenabstandes und dividiert durch das Produkt aus den Flächen beider Blendenlöcher* in Abhängigkeit von der WEHNELT-Spannung. Nach (26) sind diese Werte nur dann mit dem *Richtstrahlwert* identisch, wenn das Blendensystem gemäß (20 a) voll ausgeleuchtet ist. In dem WEHNELT-Spannungsbereich, wo dieses erfüllt ist, sind die Kurven ausgezogen dargestellt. Nur hier liegen *Richtstrahlwertmessungen* vor. Im gestrichelten Teil der Kurven hingegen war die Ausleuchtung nach den früher mitgeteilten Kriterien mangelhaft. Die Teilbilder 6 a bis f gelten für Kugeln verschiedenen Durchmessers; Scharparameter in den einzelnen Darstellungen ist die Kathodentemperatur. Als Hinweis auf die Strahlgeometrie ist jeweils die WEHNELT-Spannung durch einen Pfeil kenntlich gemacht, bei welcher der Brennfleck durch das Meßsystem hindurchläuft<sup>30</sup>.

### a) Richtstrahlwert und Kathodentemperatur

Der Richtstrahlwert steigt generell mit positiver werdendem WEHNELT-Potential an und erreicht seinen von weiteren Potentialänderungen unabhängigen Endwert<sup>31</sup> bei niedrigen Kathodentemperaturen bereits bei WEHNELT-Potentialen in der Nachbarschaft des Sperrpotentials; mit wachsender Temperatur da-

<sup>24</sup> Wir danken Herrn Dipl.-Phys. KUNZ für die Eichung des Pyrometers und viele wertvolle Ratschläge.

<sup>25</sup> J. C. DE VOS, *Physica* **20**, 690 [1954]; insbes. S. 712. — D. E. POLAND, J. W. GREEN, and J. L. MARGRAVE, *Corrected Optical Pyrometer Readings*, NBS Monograph 30, Washington 1961.

<sup>26</sup> D. W. SWIFT and W. C. NIXON, *Brit. J. Appl. Phys.* **13**, 288 [1962].

<sup>27</sup> Bei Kugeln mit großen Radien wurde die Temperatur z. Tl. sowohl direkt gemessen wie auch nach<sup>26</sup> korrigiert. Auf Grund dieser Messungen entstand allerdings der Eindruck, daß die Korrekturwerte von<sup>26</sup> etwas zu niedrig sind.

<sup>28</sup> LANDOLT-BÖRNSTEIN, *Zahlenwerte und Funktionen*, Bd. 2, 6. Teil, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1959, a) S. 919; b) S. 918.

<sup>29</sup> Bei höheren Stromdichten wurde die Blendentemperatur z. Tl. so hoch, daß kein Aufwachsen von Crackschichten zu befürchten war. Bei höchsten Stromdichten mußte die Blende selbst sogar durch eine vorgesetzte, wärmeableitende Schutzblende vor der Zerstörung bewahrt werden.

<sup>30</sup> Wir haben in diesen Fällen bereits „Hohlstrahlenbündel“ vor uns, vgl. <sup>11</sup> und K.-J. HANSZEN, *Naturwiss.* **51**, 379 [1964]. Da wir uns durch die Ausblendung auf die Vermessung des axialen Stromfadens beschränken, stört der „Mantel“ des Hohlstrahles nicht. Bei der vorgenommenen Ausblendung (die beiden Blenden der Meßanordnung wirken wie die „Haupt“- und „Nachblende“ in der zuletzt zitierten Arbeit) ist es genau genommen der in den früheren Arbeiten beschriebene „Punktfokus“, der durch das System läuft.

<sup>31</sup> Vgl. hierzu auch die Richtstrahlwertmessungen von S. MARUSE und O. KAMIGAITO, *J. Electr. Microscopy* **12**, 260 [1963]. Es ist schwer zu entscheiden, wie weit beobachtete Maxima in experimentell gemessenen Richtstrahlwertcharakteristiken (vgl. z. B.: M. E. HAINE u. P. A. EINSTEIN, *Brit. J. Appl. Phys.* **3**, 40 [1952] sowie SWIFT u. NIXON<sup>26</sup>) auf mangelnde Ausleuchtung oder auf die in Abschn. 5 c beschriebene Erscheinung zurückzuführen ist.

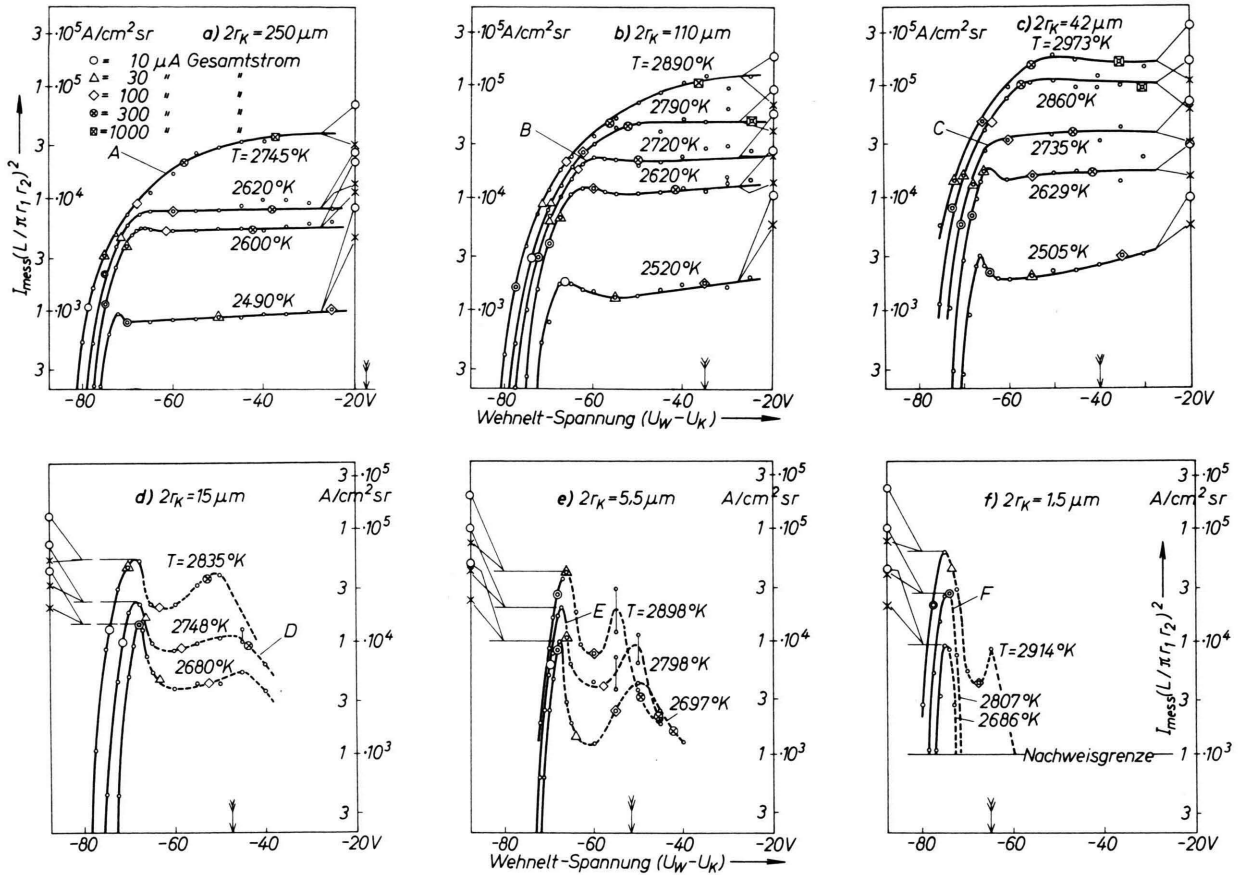


Abb. 6. Richtstrahlwerte in Abhängigkeit von WEHNELT-Spannung ( $U_W - U_K$ ), Temperatur  $T$  und Durchmesser  $2r_K$  der Kathodenkugel bei einer Beschleunigungsspannung von 10 kV (ausgezogene Kurventeile). Im Bereich der unterbrochen gezeichneten Kurventeile war das Blendensystem nur unvollständig ausgeleuchtet. Diese Kurventeile geben daher nicht den Richtstrahlwert wieder. Am Rand der Diagramme befinden sich Angaben über den *theoretischen* Richtstrahlwert für Glühemission: (x) errechnet aus experimentellen Werten für die Sättigungs-Emissionsstromdichten, (o) errechnet aus theoretischen Werten für die Sättigungsstromdichten nach der RICHARDSON-Gleichung.

gegen sind zunehmend positivere WEHNELT-Potentiale zur Einstellung des Endwertes erforderlich. Dieses Verhalten ist im Sinne unserer Vorstellungen zu erwarten, nach denen immer größere Feldstärken vor der Kathode benötigt werden, um die mit steigender Emissionsstromdichte wachsende Raumladung vor der Kathode zu beseitigen. Ist die Raumladungswolke entfernt, so ist der Richtstrahlwert unabhängig von weiteren Steigerungen der WEHNELT-Spannung und damit auch von den sich u. U. stark ändernden Bündelungseigenschaften der Kathodenlinse. So überdecken z. B. die nahezu horizontalen Teile der Richtstrahlwertkurven von Abb. 6 b und c einen Bereich, in dem der Brennfleck beim Sperrpunkt im Elektronenstrahler liegt, dann mit positiver werdender WEHNELT-Spannung den gesamten

Anodenraum bis ins Unendliche durchläuft, und sich schließlich wieder von  $-\infty$  aus der Kathode nähert, ohne daß sich diese Unterschiede der Strahlgeometrie im Richtstrahlwert bemerkbar machen.

Die für Kathodentemperaturen über  $2700^\circ\text{K}$  gemessenen Endwerte der Richtstrahlwertkurven stimmen im Rahmen der Meßgenauigkeit mit den theoretischen Richtstrahlwerten für Glühemission überein. Unterhalb von  $2700^\circ\text{K}$  allerdings unterschreiten die gemessenen Richtstrahlwerte mit abnehmender Temperatur die theoretischen Werte zunehmend in einem Maße, das nicht mehr durch Meßfehler erklärt werden kann.

Folgende möglichen Ursachen für die Abweichung zwischen Experiment und Theorie sollen hier zur Diskussion gestellt werden:

1. Die spezifische Emission kann geringer als die zur Berechnung der theoretischen Richtstrahlwerte eingesetzten Literaturwerte sein. Als Ursache hierfür käme eine „Vergiftung“ der Kathodenoberfläche durch Adsorbate wie Stickstoff und Sauerstoff<sup>32</sup> in Frage, welche die Austrittsarbeit erhöhen. Eine teilweise Bedeckung der Kathodenoberfläche durch die genannten Stoffe kann nach Desorptionsspektren<sup>33</sup> trotz der hohen Kathodentemperatur wegen des relativ hohen Restgaspartialdruckes bei einem Vakuum von  $10^{-4}$  Torr in Betracht gezogen werden.

2. Die Energie  $kT$  der mit der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit emittierten Elektronen könnte größer als bei der vorausgesetzten MAXWELL-Verteilung sein. Solche Verschiebungen, bedingt durch die energieabhängige, bei kleinen Energien besonders starke Reflexion der emittierenden Elektronen an der Austrittspotentialschwelle<sup>34</sup> können allerdings die Abweichungen zwischen experimentellen und theoretischen Richtstrahlwerten *kaum* in ihrer vollen Größe erklären.

#### b) Richtstrahlwert und Strahlstrom

In die Meßkurven Abb. 6 a bis f sind ebenfalls die Werte für die Strahlströme (Gesamtströme) eingetragen (Legende für die verwendeten Zeichen in Abb. 6 a). In jedem Teilbild wird im ansteigenden Teil der Richtstrahlwertkurven (d. h. im Gebiet der Raumladung), unabhängig von der Kathodentemperatur bei gleichem Strahlstrom stets der gleiche Richtstrahlwert erreicht<sup>35</sup>. Dieses ist eine Bestätigung für die bekannte Erscheinung, daß bei WEHNELT-Selbstregelung (auto-bias-Betrieb), d. h. bei stabilisiertem Gesamtstrom, die Strahleigenschaften unabhängig von der Kathodentemperatur sind, solange Raumladungsbetrieb vorliegt. Der Strahlstrom steigt auch dann weiter mit der WEHNELT-Spannung an, wenn der Richtstrahlwert bereits seinen Maximalwert erreicht hat, da durch die Öffnung des Potentialvorhangs in der WEHNELT-Blende zunehmend größere Kathodengebiete zur Emission in den Anodenraum freigegeben werden (vgl. Abschnitt 3).

#### c) Richtstrahlwert und Emissionsstromcharakteristik

Die Richtstrahlwertcharakteristiken, d. h. die ausgezogenen Teile der in Abb. 6 wiedergegebenen Kurven, gleichen weitgehend<sup>36</sup> den Strom-Spannungscharakteristiken einer Diode (vgl. <sup>14</sup> und Abschn. 3). Das ist leicht einzusehen. In der Diode ist die Größe der emittierenden Kathodenfläche fest vorgegeben und der Anodenstrom direkt proportional zur Emissionsstromdichte der Kathodenfläche. In Elektronenstrahlern mit scharf gebündelten Strahlen dagegen, wo nach dem zuletzt Gesagten die freigegebene Emissionsfläche der Kathode stark von der WEHNELT-Spannung abhängt, ist nicht der Anodenstrom, sondern nach (12) und (18) der Richtstrahlwert bis auf einen Faktor mit  $1/T$  proportional zur Emissionsstromdichte.

Wie schon erwähnt, ist die Abweichung der gestrichelten Kurventeile von der Diodencharakteristik auf mangelhafte Ausleuchtung zurückzuführen. Es kann aber nicht übersehen werden, daß auch in den Kurventeilen, für die mit Sicherheit hinreichende Ausleuchtung nachgewiesen worden ist, relative Maxima des Richtstrahlwertes auftreten (vgl. Abb. 6 a bis c), die im Rahmen der üblichen Vorstellungen nicht gedeutet werden können.

Zu ihrer Erklärung muß darauf hingewiesen werden, daß der Brennfleck in Wirklichkeit in eine mehrschalige Kaustikfläche entartet ist, und daß insbesondere kurz vor der Sperrspannung Ausleuchtungsbedingungen in der ersten Blende vorliegen, die den bisherigen, vereinfachenden Annahmen widersprechen. Gemäß Abb. 7 a und b besteht in diesem Falle der in die Blende strahlende Kaustikbereich aus zwei unzusammenhängenden Gebieten: der auf der Achse liegenden Kaustikspitze und einem die Achse umgebenden Ring<sup>37</sup> auf dem zweiten Kaustikmantel. Nähert sich die WEHNELT-Spannung der Sperspannung oder steigt die Kathodentemperatur an, so verbreitern diese Gebiete ihre Ausdeh-

<sup>32</sup> P. KISLIUK, Phys. Rev. **122**, 405 [1961].

<sup>33</sup> M. C. JOHNSON u. F. A. VICK, Proc. Roy. Soc. London A **151**, 308 [1935] und T. W. HICKMOTT, u. G. EHRLICH, J. Phys. Chem. Sol. **5**, 47 [1958].

<sup>34</sup> A. R. HUTSON, Phys. Rev. **98**, 889 [1955]. — R. NIEDERMAYER u. J. HÖLZL, Phys. Status Solidi **11**, 651 [1965].

<sup>35</sup> In gesondert durchgeführten Meßreihen konnte dieser Sachverhalt mit einer weit höheren Genauigkeit als in Abb. 6 bestätigt werden.

<sup>36</sup> Das Sperrpotential hängt stärker von der Kathodentemperatur ab, als es zu erwarten ist, wenn in (12) für  $j_K$  die Anlaufstromdichte eingesetzt wird. Diese Erscheinung ist

im wesentlichen auf die geometrische Änderung der Kathodenlinse infolge thermischer Ausdehnung des Glühfadens zurückzuführen.

<sup>37</sup> Vgl. hierzu <sup>11</sup>, <sup>30</sup> und <sup>38</sup>. Zeichnet man ähnlich wie in Abb. 1 an Stelle der Hauptstrahlen die vollständigen Elementarbündel, so durchdringen sich die Elementarbündel aus benachbarten Ringzonen der Kathodenkugel in einer Ringzone endlicher Ausdehnung auf dem zweiten Kaustikmantel. Diese wird im Sinne der Ausführungen in Abschnitt 3 durch Raumladung noch wesentlich verbreitert.

<sup>38</sup> K.-J. HANSZEN, Electron Microscopy 1964, Proc. 3rd Europ. Reg. Conf., Prag 1964, Bd. 1, S. 47.

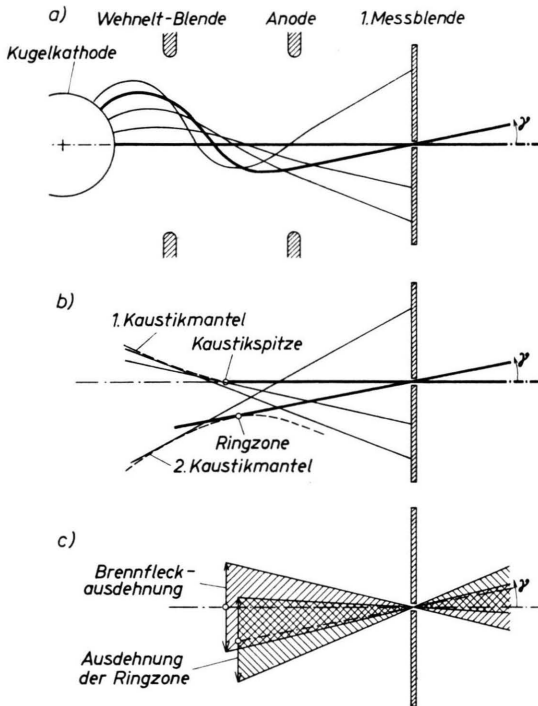


Abb. 7. Strahlengang in Elektronenstrahlern kurz vor dem Sperrpunkt. (Die Abbildungen sind durch Drehung um die Achse räumlich ergänzt zu denken.) a) Nicht nur der Pol der Kathodenkugel, sondern auch ein außeraxialer Ring um den Pol strahlt in die erste Meßblende. (Nur die Hauptstrahlen der Elementarstrahlen sind gezeichnet.) b) Asymptotenkonstruktion des gleichen Sachverhalts. Die Asymptoten an die Hauptstrahlen im Anodenraum schneiden sich in einer Kaustik mit zwei Mänteln. Die in die erste Meßblende gelangende Strahlung scheint von der Kaustikspitze und von einem strahlenden Ring des zweiten Kaustikmantels her zu kommen. c) Kaustikspitze und Ringzone haben endliche Ausdehnung. Unter dem Einfluß der Raumladung kann diese so groß werden, daß sich beide überdecken.

nung quer zur Achse so stark, daß sie ineinanderfließen und sich sogar z. Tl. überdecken. Wird die Breite des strahlenden Kaustikringes endlich so groß, daß er die optische Achse einschließt (s. Abb. 7 c), so trägt der axiale Teil dieses Rings, sofern er in Achsenrichtung strahlt, zum Richtstrahlwert bei. Die experimentelle Erfahrung lehrt, daß dieser Beitrag unter geeigneten Bedingungen mit fallender WEHNELT-Spannung vorübergehend stärker zunimmt als der Beitrag der Kaustikspitze infolge Raumladungseinfluß abnimmt.

Der resultierende Richtstrahlwert durchläuft dann vor der endgültigen Sperrung einen Maximalwert.

Auch an Hand der Elektronenbahnen kann dieser Sachverhalt erklärt werden: Ohne Streuung an der Raumladungswolke können die Elektronen, welche von

einem außeraxialen Flächenelement der Kathode ausgehen, das Loch in der ersten Meßblende nur unter einem *endlichen* Neigungswinkel  $\gamma$  erreichen. Bei Vorhandensein einer Raumladungswolke ist es aber möglich, daß ein Teil von diesen Elektronen zum letzten Mal so nahe der Achse gestreut wird, daß sie auf *Paraxialbahnen* durch die Meßblende gehen.

Das beobachtete relative Maximum in den Richtstrahlwertcharakteristiken, das nach den gängigen Vorstellungen über Elektronenemission und Strahlbildung zunächst wenig verständlich ist, widerspricht keinesfalls genaueren theoretischen Vorstellungen, sondern nur vereinfachten Modellvorstellungen. Wie in Abschnitt 1 näher erläutert wurde, bezieht man die oft benutzte Gl. (12) und damit auch ihre Erweiterung (18) meist auf Elektronen, die längs ihres ganzen Weges Paraxialbahnen durchlaufen haben und setzt für die Emissionsstromdichte  $j_k$  den Wert auf dem Pol der Kathodenkugel ein. Wie oben dargestellt, trifft diese Annahme bei Raumladungsbetrieb nicht ausnahmslos zu. Hat z. B. (insbesondere bei Verwendung einkristalliner Kathodenkugeln) die am Richtstrahlwert beteiligte außeraxiale Ringzone auf der Kugeloberfläche eine andere Kristallorientierung als der Pol, so liegt dort auch eine andere Emissionsstromdichte als im Pol vor; in diesem Fall ist die Möglichkeit des beobachteten Richtstrahlwertmaximums auch theoretisch evident.

Der experimentelle Nachweis der Richtigkeit obiger Vorstellungen über das Zustandekommen des Richtstrahlwertmaximums in Abhängigkeit von der WEHNELT-Spannung wurde bereits früher erbracht<sup>38</sup>. In Abb. 8 wird noch einmal ein besonders instruktives Beispiel mitgeteilt. Die wiedergegebenen Oszillogramme zeigen die Stromdichteverteilung in der zweiten Meßblendenebene. Die Werte für  $I_{\text{mess}}$  auf den strichpunktierten Linien durch die einzelnen Kurven sind proportional zum jeweiligen Richtstrahlwert. Weicht die WEHNELT-Spannung stark von der Sperrspannung ab (s. das Oszillogramm ganz rechts in der Abb.), so existiert ein einheitlicher Brennfleck. Mit Annäherung an die Sperrspannung tritt eine strahlende Ringzone hinzu, die zunächst den Brennfleck konzentrisch umgibt und erst später mit ihm zusammenfließt. Bemerkenswert ist, daß die von der Ringzone herrührende Stromdichte bei diesem Vorgang schnell anwächst und schließlich bedeutend größer ist als die Stromdichte aus der Kaustikspitze. Infolgedessen ist in unserem Beispiel beim Zusammenfließen der beiden Bereiche der Meßstrom auf der strichpunktierten Linie – und damit auch der

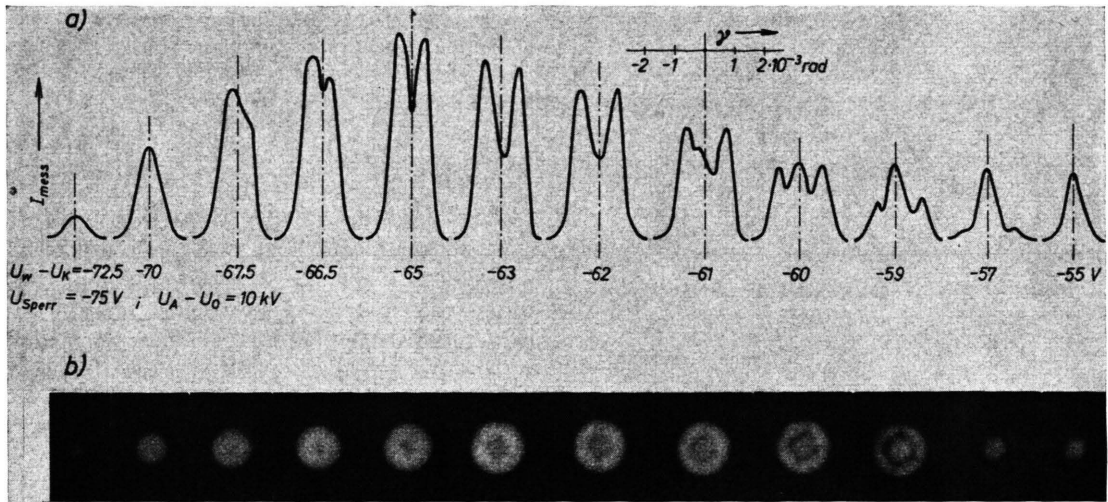


Abb. 8. Stromverteilung über den Bestrahlungswinkel  $\gamma$  in einem Blendenloch mit dem Radius  $r_1 = 10 \mu\text{m}$  bei Betrieb des Elektronenstrahlers kurz vor dem Sperrpunkt (Einkristalline Kathodenkugel mit einem Durchmesser von  $2 r_K = 360 \mu\text{m}$ ). a) Oszillographisch registriert: Die Werte für  $I_{\text{mess}}$  auf den strichpunktuierten Linien sind ein Maß für den jeweiligen Richtstrahlwert (vgl. hierzu Abb. 5 in <sup>30</sup>; dort liegt der Sperrpunkt, im Gegensatz zu der hier wiedergegebenen Abbildung, rechts im Diagramm). b) Photographisch registriert: Die Aufnahmen sind Lochkamerabilder der Kaustikspitze und der sie umgebenden bzw. in sie hineinragenden, strahlenden Ringzone auf dem zweiten Kaustikmantel. Kathodentemperatur  $T = 2340^\circ\text{K}$ .

Richtstrahlwert — vornehmlich durch die Stromdaten der Ringzone bestimmt und nimmt ein besonders hohes Maximum kurz vor der Sperrspannung an. Diese besonders auffällige Erscheinung ist auf die oben erwähnte unterschiedliche Emissionsstromdichte im Pol der einkristallinen Kathodenkugel und den Bereichen außerhalb des Pols zurückzuführen. Weitere Ergebnisse hierüber und die genauere Unterscheidung zwischen dem hier behandelten Maximum und dem Maximum, das in den Meßkurven Abb. 6 d bis f im Gebiet mangelnder Ausleuchtung auftritt (s. auch <sup>21</sup>), werden an anderer Stelle mitgeteilt.

#### d) Richtstrahlwert und Radius der Kathodenkugel

Beim Vergleich der einzelnen Teilbilder von Abb. 6 erkennen wir, daß mit abnehmendem Kathodendurchmesser die Ausleuchtung immer mangelhafter wird. Die Bestrahlungsaperturen im Meßsystem werden immer kleiner, demzufolge werden die Richtstrahlwertmessungen auf einen immer enger werden Bereich vor der Sperrspannung beschränkt <sup>39</sup>. Die Grenze dieser Meßbereiche liegt nach den Befunden von Abb. 3 für eine Kugelkathode mit  $5,5 \mu\text{m}$  Durchmesser bereits ziemlich nahe hinter dem im letzten Abschnitt beschriebenen relativen Maximum der Meßkurven. Bei Spitzenkathoden werden

entsprechende Messungen wie in Abb. 3 schwierig, da kaum noch genügend kleine vermeßbare Blenden zur Verfügung stehen. Die Meßwerte für eine Kugel mit  $1,5 \mu$  Durchmesser verhalten sich aber zu den theoretischen Richtstrahlwerten nicht wesentlich anders wie bei der  $5,5 \mu\text{m}$ -Kugel. Man macht also sicher im Rahmen der erzielten Meßgenauigkeit keinen großen Fehler, wenn man die Meßkurven auch für die kleinste vermessene Kugel, d. h. für die „Spitzenkathode“ noch bis zum Maximum als echte Richtstrahlwertkurven ansieht.

Wollen wir die Abhängigkeit des Richtstrahlwertes vom Kathodendurchmesser untersuchen, so dürfen nur Meßkurven für Kathoden derselben Temperatur verglichen werden. Leider war es im Experiment nicht möglich, alle Kugelkathoden bei genau den gleichen Temperaturen zu untersuchen. Wir sind daher gezwungen, aus Abb. 6 solche Meßkurven herauszusuchen, die bei wenig voneinander abweichenden Temperaturen aufgenommen wurden. Da kleine Temperaturunterschiede in erster Linie eine Vertikalverschiebung und erst in zweiter Linie eine Gestaltänderung der Kurven verursachen, fallen sie bei dem nachfolgenden Kurvenvergleich kaum ins Gewicht. Die herausgegriffene Kurvenschar A bis F wird in Abb. 9 auf den maximalen Richtstrahlwert normiert, der im Experiment für jeden Kugelradius ermittelt wurde. Wir können dann aus Abb. 9 folgende Ergebnisse entnehmen:

<sup>39</sup> Der restliche Teil der Kurven kann daher höchstens für Aperturabschätzungen herangezogen werden; s. u.

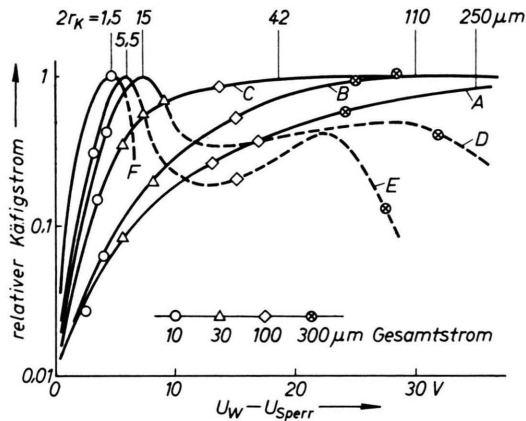


Abb. 9. Relative Käfigströme (ausgezogene Kurventeile; relative Richtstrahlwerte) in Abhängigkeit von der Differenz WEHNELT-Spannung – Sperrspannung bei Kathoden verschiedenen Durchmessers und vergleichbarer Temperatur. Die Kurven mit den Buchstaben A...F beziehen sich auf dieselben Meßreihen wie die gleich bezeichneten Kurven in Abb. 6 a–f.

1. Der Richtstrahlwert steigt um so steiler mit der WEHNELT-Spannung an, je kleiner der Kathodendurchmesser ist. Dieses Verhalten liegt im Sinne unserer Erwartungen, da für eine gegebene WEHNELT-Spannung die Feldstärke vor den Kugelkathoden umgekehrt proportional zum Kugelradius ist und damit der Raumladungseinfluß mit abnehmendem Kugelradius ebenfalls abnehmen muß.

2. Bei gleichen Potentialdifferenzen ( $U_W - U_{Sperr}$ ) fließen vergleichbare Gesamtströme. Bei gleichen ( $U_W - U_{Sperr}$ ) werden also unabhängig vom Durchmesser der Kathodenkugel etwa gleiche Kathodenflächen zur Emission freigegeben.

3. Der maximale Richtstrahlwert wird mit abnehmendem Kathodendurchmesser immer näher bei der Sperrspannung und damit bei immer geringerem Gesamtstrom erreicht. (Dieses Ergebnis wird in der dritten und vierten Spalte der Tab. 1 verdeutlicht.)

4. Die Gesamtströme, welche sich bei den verschiedenen Kathodenkugeln dann einstellen, wenn der maximale Richtstrahlwert erreicht ist, nehmen *nicht* so stark ab wie die Oberfläche der Kathodenkugeln (vgl. die beiden letzten Spalten der Tabelle, in welcher die tatsächlichen und die von der vorderen Kathodenhalkugel bei Sättigungsbetrieb emittierten Ströme miteinander verglichen werden). Mit abnehmendem Kugeldurchmesser trägt also in zunehmendem Maße ein Teil des die Kugel tragenden Schaftes zum Gesamtstrahlstrom bei.

**Zusammenfassung.** Kleine Kugelkathoden und insbesondere Spitzenkathoden erreichen den maximalen Richtstrahlwert schon bei kleineren Gesamtströmen als große Kugelkathoden. Nach Punkt 4 kommt aber gerade bei diesen Kathoden der weitaus größte Teil des Gesamtstroms von nicht paraxialen Kathodengebieten. Er trägt daher nicht zum Richtstrahlwert bei und muß bei anspruchsvollen Experimenten durch Blenden vom weiteren Strahlverlauf ferngehalten werden.

#### e) Aussagen über Spitzenkathoden

Gesicherte Richtstrahlwertmessungen für die Spitzenkathode liegen nach Abb. 6 f nur in einem kleinen WEHNELT-Spannungsintervall kurz vor der Sperrspannung vor. Es ist gerade groß genug, um den Arbeitsbereich zu überdecken, bei dem Spitzenkathoden üblicherweise betrieben werden. In diesem Bereich zeigt das Richtstrahlwertverhalten der Spitzenkathode gegenüber dem Verhalten von Kathodenkugeln größeren Durchmessers keine prinzipiellen Unterschiede: der Kurvenverlauf kann ganz im Sinne unserer Raumladungsanschauungen gedeutet werden. Die Tatsache, daß infolge des steileren Anstiegs der Kurven mit Spitzenkathoden bei der gleichen WEHNELT-Spannung höhere Richtstrahlwerte als mit Ku-

Bezeichnung der Kurven in Abb. 6 u. 9	Durchmesser $2 r_K$ der Kathodenkugel	Potentialdifferenz ( $U_W - U_{Sperr}$ ) bei Erreichen des max. Richtstrahlwertes $i_{A0, max}$	Gesamtstrom $I_{ges}$ bei Erreichen des max. Richtstrahlwertes $i_{A0, max}$ (gemessen)	von der Kathodenhalkugel emittierter Strom (berechnet *)
A	250 $\mu m$	( $i_{A0, max}$ nicht erreicht)	( $i_{A0, max}$ nicht erreicht)	2120 $\mu A$
B	110 $\mu m$	ca. 30 V	370 $\mu A$	570 $\mu A$
C	42 $\mu m$	ca. 20 V	160 $\mu A$	58 $\mu A$
D	15 $\mu m$	ca. 7,5 V	25 $\mu A$	7,9 $\mu A$
E	5,5 $\mu m$	ca. 6,0 V	17,5 $\mu A$	1,5 $\mu A$
F	1,5 $\mu m$	ca. 4,5 V	10,0 $\mu A$	0,12 $\mu A$

Tab. 1. Betriebsdaten beim maximalen Richtstrahlwert.  $U_A - U_K = 10$  kV;  $U_{Sperr} = -75$  V;  $T \approx 2750$  °K; \* Werte der letzten Spalte berechnet mit den Temperaturen, wie in Abb. 6 bei Kurve A bis F angegeben.

gelkathoden größeren Durchmessers erreicht werden, kann in diesem Bereich also völlig durch das schnellere Verschwinden der Raumladung vor der Spitze erklärt werden. Für Temperatur-Feldemission ergibt sich in unseren Messungen noch kein Hinweis. In dem WEHNELT-Spannungsbereich, wo diese zu erwarten wäre, versagt das Zweiblendenverfahren.

Zum Schluß ein Anwendungsbeispiel für den gestrichelten Teil der Meßkurven. Die Ausleuchtung ist im Minimum der Meßkurve für  $T = 2914^\circ\text{K}$  in Abb. 6 f sicher so schlecht, daß die Reihe b der Gln. (20) bis (26) Anwendung finden kann. Wir sind in diesem Falle berechtigt, für die Bestrahlungsapertur  $\alpha$  in der zweiten Meßblende<sup>40</sup> nach (25) und (26 b) zu schreiben:

$$\alpha = \sqrt{I_{\text{mess}} / (\pi r_2)^2 i_{A0}}. \quad (28)$$

<sup>40</sup> Die Ebene dieser Blende entspricht etwa der Objektebene in einem Elektronenmikroskop;  $\alpha$  kann also etwa mit der

Temperatur-Feldemission ist unter den angenommenen Betriebsbedingungen unweit vom Sperrpunkt noch nicht zu erwarten. Wir sind also zu der Annahme berechtigt, daß der (von uns nicht meßbare) Richtstrahlwert  $i_{A0}$  im vorliegenden Fall mit dem theoretischen Richtstrahlwert gleichgesetzt werden kann. Die rechte Seite von (28) enthält dann nur bekannte Daten. Diese Gleichung kann daher zur Bestimmung von  $\alpha$  benutzt werden. Auf diese Weise erhält man für  $\alpha$  Werte von etwa  $2 \cdot 10^{-6}$  rad, die also größenordnungsmäßig mit den von SPEIDEL<sup>2</sup> angegebenen Werten übereinstimmen. Als Nebenergebnis ist es uns damit gelungen, auf eine unkonventionelle Art Aussagen über die sehr engen Aperturen zu machen, die durch die verschwindenden Brennfleckgrößen von Spitzenkathoden hervorgerufen werden.

Objektbestrahlungsapertur im Elektronenmikroskop identifiziert werden.

## Quantitative Ausmessung des Fluor-Affinitätskontinuums

HANNS-PETER POPP \*

Elektrophysikalisches Institut der Technischen Hochschule München

(Z. Naturforschg. **22 a**, 254—259 [1967]; eingegangen am 12. November 1966)

The radiation emitted from a cylindric arc burning in  $\text{SF}_6$ -gas at low currents shows the affinity-continuum of fluorine with a long wavelength threshold of 3646 Å. By means of spectroscopic temperature measurements and using KIRCHHOFF's law the total absorption coefficient for the continuum in the range from 6800 to 2600 Å is obtained. Isolating the F-affinity-continuum from the continuous background, the detachment cross section of the negative fluorine ion is obtained as a function of the photon energy.

In einer früheren Arbeit<sup>1</sup> wurde berichtet, daß im Spektrum eines mit  $\text{SF}_6$ -Gas betriebenen, zylindrischen Kaskadenlichtbogens das bei der Anlagerung von freien Elektronen an neutrale Fluoratome entstehende Affinitätskontinuum beobachtet werden konnte. Das F-Affinitätskontinuum beginnt bei einer langwelligen Grenze von  $3646 \pm 2$  Å, entsprechend einer Elektronenaffinität von  $3,400 \pm 0,002$  eV, und erstreckt sich weit in den ultravioletten Spektralbereich.

In Absorption wurde das Fluor-Affinitätskontinuum in Stoßwellen von BERRY<sup>2</sup> bei einer langwelli-

gen Grenze von 3595 Å, entsprechend einer Elektronenaffinität von  $3,448 \pm 0,005$  eV gemessen. Der Unterschied ist noch nicht geklärt; eine Erniedrigung der Elektronenaffinität durch Mikrofelder entsprechend der Erniedrigung der Ionisationsenergie bei neutralen Atomen scheint nicht wahrscheinlich, da im Temperaturbereich von  $7490^\circ\text{K}$  bis  $8780^\circ\text{K}$  innerhalb der Meßgenauigkeit keine Verschiebung der langwelligen Grenze festgestellt werden konnte. Eine Erniedrigung der Elektronenaffinität in dieser Größe (0,048 eV) sollte auch zu einer Verwaschung der langwelligen Grenze führen. Dies ist jedoch nicht

\* Auszug aus der von der Fakultät für Maschinenwesen und Elektrotechnik der Technischen Hochschule München zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Naturwissenschaften genehmigten Dissertation. Tag der Promotion: 21. 7. 1966.

<sup>1</sup> H.-P. POPP, Z. Naturforschg. **20 a**, 642 [1965].

<sup>2</sup> R. S. BERRY, J. Chem. Phys. **38**, 1540 [1963].